Exempel på Typ B-bestämning av mätosäkerhet

GUM skiljer på bestämning av mätosäkerhet enligt Typ A eller Typ B.

- **Typ A:** Mätosäkerheten bestäms utifrån mätresultatens variation (statistiska metoder, även mer komplicerade minsta kvadrat-utjämningar).
- **Typ B:** Alla andra sätt att bestämma mätosäkerheten, t.ex. resultat från andra mätningar eller värden tagna från handböcker, kalibreringsbevis etc.

Observera att klassificeringen endast avser sättet att bestämma mätosäkerheten. Osäkerheterna som sådana har inte olika karaktär och ingen av typerna är ”bättre” än den andra. Det förekommer även blandningar av Typ A och Typ B.

I denna PM redovisas arbetsgången vid bestämning av mätosäkerhet – primärt sammanlagd standardosäkerhet – enligt Typ B. Framställningen har sin utgångspunkt i ett beräkningsexempel. Ur mätningsteknisk synvinkel kanske några av detaljerna och förutsättningarna i exemplet kan ifrågasättas, men huvudsyftet är att ange det <u>principiella</u> angreppssättet vid Typ B-bestämning.

Arbetsgång

Följande moment ingår:

- Ställ upp funktionssambandet mellan instorheterna och utstorheten.
- Samla in uppgifter om – eller bedöm själv – standardosäkerheten för resp. instorhet.
- Beräkna utstorhetens standardosäkerhet genom tillämpning av *lagen om fortplantning av mätosäkerhet* på det uppställda funktionssambandet.
- Ta en extra funderare på ev. tillkommande osäkerhetsfaktorer. Även om de inte alltid kan kvantifieras så kanske de kan redovisas verbalt.

Ibland finns standardosäkerheten $u(x_i)$ direkt att tillgå från andra källor, men ofta redovisas den där i form av utvidgad mätosäkerhet

$$U_\alpha(x_i) = k_\alpha * u(x_i)$$

på konfidensnivån α %. Om täckningsfaktorn k_α är angiven explicit är det bara att ”dividera bort” den. Annars får man göra en kvalificerad gissning av vilken täckningsfaktor som har tillämpats. Har t.ex. $\alpha = 95\%$ angetts kan det vara rimligt att dividera med $k = 2$.

Ibland får man göra egna, erfarenhetsmässiga antaganden – såväl om den statistiska fördelningen som om mätosäkerheten. Kanske kan maxfelet $\varepsilon_{\max}$ uppskattas. Under antagande om normalfördelning kan man då tillämpa ”3σ-principen”: standardosäkerheten $= \varepsilon_{\max} / 3$. I andra fall ter sig en rektangelfördelning rimligast: $\pm a$, vilket ger standardosäkerheten = $a / \sqrt{3}$.

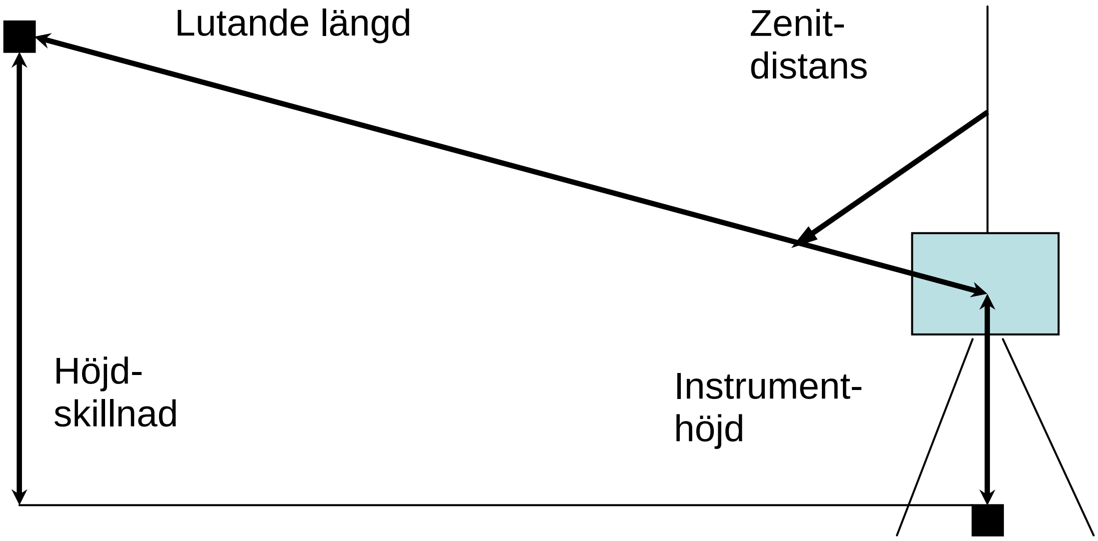
Ett särskilt påpekande om vinkelmått, som är vanligt förekommande i lantmäteritekniska tillämpningar: De förutsätts vara uttryckta i radianer! Ett tips kan vara att konvertera dem till radianer i början av analysen och sedan – vid behov – konvertera tillbaka till gon, mgon etc. i slutet.

$$\varphi_{radianer} = \varphi_{gon} / 63,662$$

Beräkningsexempel

Ett primärnät har markerats i marknivån på en byggplats. Dessa markeringar ska kompletteras med självreflekterande markeringar på kringliggande byggnader – som försäkring och för enklare åtkomst.

Höjdbestämningen ska ske med trigonometrisk höjdmätning enligt nedanstående figur:



<u>Frågeställningen är:</u> Kan överföringen av ett höjdvärde från markmarkering till vägg-markering ske med ett fel mindre än 5 mm?

Vi börjar med att skatta höjdskillnadens sammanlagda mätosäkerhet. Grundsambandet lyder

*HöjdSkillnad = InstrumentHöjd + LutandeLängd*cos(ZenitDistans)*

<=>

$$Y = X_1 + X_2 \cos(X_3)$$

där

$$X_1 = \mathit{InstrumentHöjd} \approx 1{,}8 \text{ m}$$

$$X_2 = \mathit{LutandeLängd} \approx 20 \text{ m}$$

$$X_3 = \mathit{ZenitDistans} \approx 95 \text{ gon}$$

$$Y = \mathit{HöjdSkillnad} \approx 3{,}37 \text{ m}$$

som skattas av mätningen

$$y = x_1 + x_2 \cos(x_3)$$

Vertikalvinkelmätningen utförs i 2 helsatser. Beträffande instorheternas mätosäkerhet görs följande överväganden:

- *InstrumentHöjd*. Mäts med lodstång, för vilken fabrikanten har angivit ”noggrann-heten ± 1 mm”. Hur ska man tolka det? Det kan knappast vara ett medelfel, för med ett normalfördelningsantagande skulle då max-felet vara ± 3 mm som bedöms vara ett alltför högt värde. Vi antar i stället en rektangelfördelning $R(\mu \pm 1mm)$, vilket ger standardosäkerheten

$$u(x_1) = 1/\sqrt{3} = 0,577 \text{ mm}$$

- *LutandeLängd*. Den använda längdmätaren är en totalstation av Klass T3 enligt SIS-TS 21143:2009. För en sådan anger standarden längdmedelfelet $\sigma \leq 3mm + 3ppm$, vilket för de här aktuella avstånden ger standardosäkerheten

$$u(x_2) = 3 + 3 * 0,02 = 3,06 \text{ mm}$$

- *ZenitDistans*. En förstudie omfattande 20 dubbelmätningar av vertikalvinklar med den aktuella mätgeometrin har tidigare genomförts. Den gav som resultat en utvidgad mätosäkerhet $U_{95} = 6,7$ mgon för en helsats. U_{95} innebär 95 % konfidensnivå och 20 dubbelmätningar ger lika många överbestämningar. Täckningsfaktorn bör därför ha varit $t_{95}(20)$ =2,086, dvs. t-fördelningens värde för 20 frihetsgrader och 95 %. Standardosäkerheten för 2 helsatser skattas därför till

$$u(x_3) = 6,7 / 2,086 / \sqrt{2} = 2{,}27 \text{ mgon.}$$

Känslighetsfaktorerna blir

$$c_1 = \left| \frac{\delta Y}{\delta X_1} \right| = 1$$

$$c_2 = \left| \frac{\delta Y}{\delta X_2} \right| = \cos(x_3) = \cos(95 gon) = 0{,}078459$$

$$c_3 = \left| \frac{\delta Y}{\delta X_3} \right| = x_2 * \sin(x_3) = 20 * \sin(95 gon) = 19{,}938347$$

Vi sammanställer våra bedömningar i följande tabell:

Storhet (enhet)	Skattning	Standard-osäkerhet	Sannolikhets-fördelning	Känslighets-faktor	Bidrag till mätosäkerheten
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y) = c_i * u(x_i)$
Instrument-höjd (meter)	1,8	0,000577	Rektangulär	1	0,000577
Lutande längd (meter)	20	0,00306	Normal	0,078459	0,00024
Vertikalvinkel (gon)	95	0,00227 = 0,00003566 radianer	Normal	19,938347	0,000711
Höjdskillnad (meter)	3,37				0,000947

Den sammanlagda standardosäkerheten beräknas som roten ur kvadratsumman av de tre bidragen i den sista kolumnen och redovisas i nedre högra hörnet, dvs.

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} u_i^2(x_i)} = \sqrt{c_1^2 * u^2(x_1) + c_2^2 * u^2(x_2) + c_3^2 * u^2(x_3)} = 0{,}947 \text{ mm}$$

Skattningen som sådan är här inte av något intresse.

Om vi slutligen tillämpar ett $3\sigma -$ resonemang så får vi att

$$\varepsilon_{\max} \leq 3 * 0{,}947 \approx 2{,}8 \,\text{mm}$$

Det vill säga: Ja, överföringen av ett höjdvärde från markmarkering till väggmarkering kan ske med ett fel mindre än 5 mm? Max-felet ligger snarare på nivån 3 mm.

Slutord

En tabell av detta slag kan med fördel inkluderas i redovisningen, liksom de överväganden och beräkningar som ligger bakom tabellvärdena. På så sätt ges så att säga en ”en kvalitetsdeklaration för kvalitetsdeklarationen”.

Som framgår av exemplet är Typ B-bestämningar av mätosäkerheten litet av ett detektivarbete: några fakta finns direkt att tillgå, andra kräver beräkningar eller en mer ingående analys och ibland får man komplettera med helt egna bedömningar.

/Clas-Göran Persson