

Studie av mätningsosäkerhet och tidskorrelationer vid mätning med nätverks-RTK i SWEPOS 35 km-nät

Examensarbete av
Kent Ohlsson

Gävle 2014

LANTMÄTERIET



Copyright ©

2014-10-22

Författare Kent Ohlsson

Typografi och layout Rainer Hertel

Totalt antal sidor 94

Lantmäterirapport 2014:5 ISSN 0280-5731

Studie av mätningsosäkerhet och tidskorrelationer vid mätning med nätverks-RTK i SWEPOS 35 km-nät

Examensarbete av
Kent Ohlsson

Gävle 2014

LANTMÄTERIET



Förord

Detta examensarbete avslutar fem års studier på Samhällsbyggnadsprogrammet med inriktning Geomatik vid Kungliga Tekniska Högskolan (KTH) i Stockholm.

Arbetet har utförts efter idé från Lantmäteriets geodesienhet i Gävle där Johan Sunna har varit handledare. Johan har varit engagerad och till stor hjälp under hela arbetets gång. Han har även gett värdefull feedback på arbetet genom dels egna studier och dels inhämtande av information från kontakter som är kunniga på ämnet. Robert Odolinski, doktorand vid Curtin University, Perth, Australien, ska också ha ett stort tack för sina tips och synpunkter angående korrelationsstudien som jag har fått ta del av genom Johan.

Jag vill också tacka Lantmäteriet för utlåning av GNSS-utrustning som har möjliggjort mätningarna i det här arbetet. Jag vill även tacka Stefan Öberg vid Geodesienheten på Lantmäteriet för hjälp med hanteringen av GNSS-utrustningen vid mätningarna inom detta arbete.

Jag vill också tacka Per Jarlemark på Sveriges Forskningsinstitut (SP) för hjälp med simuleringar av teoretiska standardosäkerhetsvärden att utvärdera analysen med.

Jag vill även tacka Patric Jansson, avdelningschef vid avdelningen för geodesi och geoinformatik vid KTH. Patric Jansson har varit min handledare vid KTH. Patric har bidragit med värdefulla kommentarer och andra infallsvinklar på arbetet under hela arbetets gång.

Slutligen riktas ett tack även till min examinator vid KTH, Universitetslektor Milan Horemuz, för värdefull feedback och förbättringsförslag under slutdelen av arbetet.

Inspiration och idéer till arbetet har hämtats från Odolinski (2010 a) men detta är ett fristående arbete och ingen direkt uppföljning av den rapporten.

Stockholm 2014-10-17

Kent Ohlsson

Sammanfattning

GNSS-mätning med nätverks-RTK är en satellitbaserad geodetisk mätningss metod som reducerar inverkan av felkällor genom relativ mätning mot ett nät av fasta referensstationer.

I Sverige har Lantmäteriet upprättat ett nät av fasta referensstationer kallat SWEPOS med ca 70 km mellan referensstationerna. En tätning av SWEPOS-nätet till ca 35 km mellan referensstationerna pågår och beräknas vara klar 2015. Det finns tidigare studier (Emardson m fl (2009) och Odolinski (2010 a)) kring osäkerheten vid mätning i områden med ca 70 km mellan referensstationerna och vid ett projektpassat nät med ca 10-20 km mellan referensstationerna. Studierna undersöker också hur lång tid som behöver gå mellan två mätningar för att de ska anses oberoende av varandra (korrelationstid). Detta arbete beräknar standardosäkerhet och korrelationstider vid mätning i det tätade 35 km-nätet baserat på statistiska GNSS-mätningar på olika avstånd från närmaste referensstation samt data från en permanent monitorstation belägen i Växjö.

Standardosäkerheten (68% konfidensnivå) för mätningarna, vid förhållandena i denna studie, var vid mätning 0,1 km från närmaste referensstation 3,8 mm i plan och 6,9 mm i höjd (höjd över ellipsoiden). Vid mätning 8,8 km från närmaste referensstation var standardosäkerheten 6,3 mm i plan och 9,6 mm i höjd (höjd över ellipsoiden) och 15,8 km från närmaste referensstation var motsvarande värden 6,3 mm i plan och 10,5 mm i höjd (höjd över ellipsoiden). Detta tyder på att avståndet från närmaste referensstation troligtvis har viss betydelse för standardosäkerheten vid GNSS-mätning med nätverks-RTK. Under förhållandena för mätningarna inom denna studie ökar standardosäkerheten med avståndet till referensstationen. Ökningen av standardosäkerheten verkar dock avta vid längre avstånd till närmaste referensstation.

Växjö-monitorn gav klart högre osäkerhetsvärden (11,5 mm i plan och 19,8 mm i höjd) trots liknande avstånd till referensstationen som punkten längst från referensstationen. Detta indikerar att det även finns andra faktorer än just avståndet till närmaste referensstation som påverkar mätosäkerheten.

Korrelationstider skattades utifrån månadslånga perioder av monitordata till ca 22-23 minuter för mätning med nätverks-RTK i SWEPOS 35 km-nät. Detta gäller både plan och höjd men ska ses som en ungefärlig uppskattning av tiden som krävs för att en mätning, vid återbesök av en punkt, ska anses vara oberoende av en tidigare mätning. Tar vi inte hänsyn till tidskorrelationen kan osäkerheten i mätningar nära varandra i tiden underskattas. Mätningar under en kortare tidsperiod med en låg standardosäkerhet, kan i själva verket

innehålla en systematisk avvikelse beroende på att mätningarna är korrelerade och därmed påverkade av ett liknande fel.

Det ska dock nämnas att det finns en rad andra parametrar som inverkar vid GNSS-mätningar som inte har behandlats i detta arbete, t ex den lokalt omgivande miljön vid mätplatsen, väder-förhållanden och osäkerhet i de lokala referensstationerna. Eventuella användarrelaterade fel, t ex centrings- och horisonteringsfel av antennen liksom osäkerhet vid mätning av antennhöjden, är inte heller inkluderade i de beräknade standardosäkerhetsvärdena.

Abstract

Network-RTK is a satellite-based surveying method that reduces the error sources involved in GNSS measurements. It is done through relative GNSS measurements with a network of fixed reference stations.

The Swedish mapping, cadastral and land registration authority (Lantmäteriet) has established a network of fixed reference stations called SWEPOS, with 70 km between the reference stations. A densification of the SWEPOS network to 35 km between the reference stations is underway and expected to be completed in 2015. There are previous studies (Emardson et al. (2009) and Odolinski (2010 a)) regarding the uncertainty in the measurement in the area with 70 km and at project adapted service with about 10-20 km between reference stations. These studies also investigate how long time needs to go between two measurements to be considered as independent of each other (correlation time). This work estimates the standard uncertainties and correlation times for measurement in the 35 km SWEPOS network based on static GNSS measurements at different distances from the closest reference station and data from a permanent monitoring station located in Växjö.

Standard uncertainty (68% confidence level) for the GNSS-measurements, at the conditions in this study, was at 0.1 km from the nearest reference station 3.8 mm in plane and 6.9 mm in height (ellipsoidal height). When measuring 8.8 km from the nearest reference station the standard uncertainty was 6.3 mm in plane and 9.6 mm in height (ellipsoidal height). When measuring 15.8 km from the nearest reference station, the corresponding values were 6.3 mm in plane and 10.5 mm in height (ellipsoidal height). This indicates that the distance to the nearest reference station probably has some effect on the standard uncertainty in GNSS surveying with network-RTK. Under the conditions of the measurements in this study, the standard uncertainty increases with the distance to the reference station. The increase of the standard uncertainty seems to diminish with longer distance to nearest reference station.

The Växjö monitor gave significantly higher standard uncertainty values (11.5 mm in plane and 19.8 mm in height) despite similar distance (15.5 km) to the reference station as the measured point furthest from the reference station. This indicates that there are also other factors than just the distance to the nearest reference station affecting measurement uncertainty.

Correlation times were estimated on the basis of month long periods of monitoring data to approximately 22-23 minutes for the measurement with network-RTK in SWEPOS 35 km network. This applies to both plane and height, but should be seen as an estimate of

the time required for a remeasuring of a point to be independent of the first measurement. If the time correlation is not taken into account, the uncertainty of measurements close in time is underestimated. Measurements over a short period with a low standard uncertainty may in fact contain a systematic deviation depending on the measurements are correlated and therefore affected by similar errors.

It should be mentioned that there are a number of other parameters that affect the GNSS measurements that have not been treated in this work, e.g. the local environment at the measurement area, weather conditions and uncertainty in the local reference stations. Any user-related errors such as centering and leveling error of the antenna as well as uncertainty in measuring the height of the antenna, is also not included in the presented standard uncertainty values.

Studie av mätosäkerhet och tidskorrelationer vid mätning med nätverks-RTK i SWEPOS 35 km-nät

	Förord	5
	Sammanfattning	7
	Abstract	9
1	Introduktion	15
1.1	Syfte	16
2	Bakgrund	17
2.1	GNSS	17
2.2	Felkällor vid GNSS-mätning	17
2.2.1	Satellitrelaterade felkällor	17
2.2.2	Fel beroende på inverkan från atmosfären	17
2.2.3	Mottagarrelaterade fel	18
2.3	Tidskorrelationer	19
2.4	Mätmetoder	20
2.4.1	Kodmätning	20
2.4.2	Bärvågsmätning	20
2.4.3	Relativ mätning	21
2.5	SWEPOS	22
2.5.1	Monitorstationer	23
2.5.2	Jonosfärsmonitor	23
2.6	Referenssystem	23
3	Tidigare studier	25
3.1	Close	25
3.2	Lantmäteriets utvärdering	26
3.3	Studie av mätosäkerhet i förtätat SWEPOS-nät	27
4	Metod	28
4.1	Datainsamling	28

4.1.1	Statiska GNSS-mätningar i Uppland	28
4.1.2	Monitorstation	31
4.2	Bearbetning av rådata	31
4.3	Beräkning	32
4.3.1	Grundläggande statistik	32
4.3.2	Simulering av mätosäkerhet för statiska mätningar i Uppland	33
4.3.3	Autokovariansfunktionen	34
4.3.4	Gauss-Markov-process	36
4.3.5	Antal effektiva mätningar och korrelationstid	36
4.3.6	Verifiering av korrelationstider	38
5	Resultat	39
5.1	Statistisk fördelning av residualer	39
5.1.1	Statistisk fördelning av residualer för mätningar i Uppland	39
5.1.2	Statistisk fördelning av residualer för monitordata	42
5.2	Grundläggande statistik för mätningar i Uppland	44
5.2.1	Simulerad mätosäkerhet statiska mätningar i Uppland	46
5.3	Grundläggande statistik för monitordata	48
5.3.1	Repeterbarhet monitordata	49
5.4	Autokovariansfunktionen	50
5.5	Antalet effektiva mätningar, korrelationstider och dess standardosäkerhet	53
5.6	Verifiering av korrelationstider	56
6	Diskussion	60
6.1	Resultat från statiska mätningar i Uppland	60
6.2	Simuleringar av statiska mätningar i Uppland	62
6.3	Resultat från monitordata	63
6.4	Autokovariansfunktionen	64
6.5	Korrelationstider	66
7	Slutsats	67
7.1	Avståndsberoende	67
7.2	Korrelationstider	68
7.3	Jämförelse med tidigare studier	68
7.3.1	Mätosäkerhet	68
7.3.2	Korrelationstider	69
7.4	Framtida studier	70

8	Referenslista	71
	Bilagor	74
	Bilaga 1: Mätförhållanden	74
	Mätomgång ett	75
	Mätomgång två	76
	Mätomgång tre	76
	Bilaga 2: Fördelning av mätningar	78
	Bilaga 3: Grundläggande statistik statistiska mätningar i Uppland	81
	Bilaga 4: Grundläggande statistik monitordata	83
	Bilaga 5: Autokovariansfunktionen	86
	Bilaga 6: Korrelationstider	89

1 Introduktion

Geodetisk mätning är en viktig del av samhällsbyggnadsprocessen. Vid projektering av olika bygg- och infrastrukturprojekt är den geodetiska mätningen avgörande för att punkter och objekt hamnar på rätt plats både inbördes och i de gällande geodetiska referenssystemen. På grund av sin enkelhet sker en stor del av den geodetiska mätningen idag med hjälp av satellitbaserade system, så kallade GNSS (Globalt navigationssatellitesystem).

En teknik för GNSS-mätning är nätverks-RTK, där mätning sker relativt ett antal fasta referensstationer. Denna mätteknik reducerar de största inverkan från felkällorna vid GNSS-mätning. I Sverige lanserade Lantmäteriet SWEPOS nätverks-RTK-tjänst 2004 vilket möjliggjorde mätning med en standardosäkerhet i plan på ca 15-20 mm och ca 25-30 mm i höjd i de områden som då hade ca 70 km avstånd mellan referensstationerna (Lantmäteriet, 2009). År 2008 var SWEPOS 70 km-nät färdigutbyggt.

Lantmäteriet gjorde en kundundersökning bland SWEPOS-användarna år 2008. Resultatet från undersökningen visade att en lägre mätosäkerhet i höjdmätningar, var det användarna framför allt önskade skulle förbättras med SWEPOS nätverks-RTK-tjänst. Lantmäteriet gav därför SP (Sveriges Forskningsinstitut) och Chalmers i uppgift att teoretiskt simulera hur olika förbättringar i den geodetiska infrastrukturen kunde sänka mätosäkerheten i GNSS-mätningar. Detta projekt kom att kallas Close och mynnade ut i en rapport som presenterades 2009 (Emardson m fl, 2009). Simuleringarna visade att en förtätning av SWEPOS referensnät till ca 35 km mellan referensstationerna förväntades sänka mätosäkerheten i plan till ca 9 mm och mätosäkerheten i höjd till ca 20 mm. Simuleringar gjordes även för den förväntade mätosäkerheten när de framtida GNSS-systemen Galileo och Beidou är fullt utbyggda. Vid bibehållna 70 km mellan referensstationerna förväntades mät-osäkerheten bli liknande som vid ett förtätat SWEPOS-nät, det vill säga ca 9 mm standardosäkerhet i plan och ca 20 mm standard-osäkerhet i höjd. Skulle dessutom SWEPOS-nätet förtätas till ca 35 km mellan referensstationerna förväntas standardosäkerheten för nätverks-RTK-mätningar vara ca 14 mm i höjd och ca 6 mm i plan vid fyra fullt utbyggda GNSS.

Baserat på resultatet från Close-projektet fattade Lantmäteriet 2010 beslutet att bygga den tredje generationens SWEPOS-nät genom en förtätning till ca 35 km mellan referensstationerna. SWEPOS-nätet är idag (maj 2014) utbyggt med ca 300 stationer i Sverige. Förtätningen till ca 35 km mellan referensstationerna är i dagsläget i princip klar i södra Sverige medan förtätningen i den norra delen av landet fortfarande återstår. År 2015 förväntas förtätningen vara klar i hela

Sverige. I storstads-regionerna är SWEPOS-nätet idag ännu tätare med ca 10-20 km mellan referensstationerna.

Lantmäteriet gjorde 2010 en utvärdering av de simulerade värdena från Close-rapporten baserat på mätningar från permanenta monitorstationer. Dessa mätningar bekräftade de simulerade värdena i 70 km-nätet (Odolinski, 2010 a).

I en studie av mätosäkerheten vid mätning i SWEPOS-nätet genomförd av Jansson (2011), beräknas standardosäkerheten av upprepade korta GNSS-mätsessioner på olika avstånd till närmaste referensstation. Mätningarna var dessutom lokaliserade i områden med olika avstånd mellan omkringliggande referensstationer. En av dessa punkter låg i utkanten av det förtätade SWEPOS-nätet kring Stockholm med liknande avstånd mellan referensstationerna som finns i 35 km-nätet. Punkten låg ungefär 14 km från närmaste referensstation och standardosäkerheten skattades till ungefär 8 mm i plan och ungefär 11 mm i höjd.

I övrigt saknas studier av osäkerheten för GNSS-mätning i SWEPOS 35 km-nät, vilket detta arbete har som syfte att fylla. För mätning i referensnätverk med ca 35 km mellan referensstationerna finns bara Close-rapportens teoretiska mätosäkerhetsuppskattningar. Detta examensarbete utvärderar dessa simulerade värden genom analys av riktiga mätningar från en monitorstation samt mätningar på tre punkter med olika avstånd till närmaste referensstation inom SWEPOS 35 km-nät.

De tidigare beskrivna studierna av Emardson m fl (2009) och Odolinski (2010) skattar även den tid mellan två GNSS-mätningar som krävs för att de ska kunna anses vara oberoende av varandra vid mätning i 70 km-nätet. Detta är den så kallade korrelationstiden som också skattas i detta arbete för mätning i SWEPOS 35 km-nät.

1.1 Syfte

Detta examensarbets syfte kan sammanfattas i följande punkter:

- Utvärdera simulerade osäkerhetsvärden från tidigare studier och jämföra dem med riktiga mätvärden vid mätning med GNSS i SWEPOS 35 km-nät.
- Undersöka om, och i så fall hur, avståndet till närmaste referensstation påverkar osäkerheten vid mätning med VRS-teknik i SWEPOS 35 km-nät.
- Skatta tid till oberoende GNSS-mätning i SWEPOS 35 km-nät.

Denna studie ska sedan, tillsammans med Lantmäteriets övriga studier inom området, ligga till grund för vad som ska skrivas i nya HMK (se <http://www.lantmateriet.se/hmk>) angående GNSS-mätning i SWEPOS 35 km-nät.

2 Bakgrund

I avsnitt 2.1 beskrivs olika GNSS. I avsnitt 2.2 beskrivs de mest påverkande felkällorna vid GNSS-mätning. Avsnitt 2.3 beskriver tidskorrelationer och dess påverkan på standardosäkerheten vid GNSS-mätning. Avsnitt 2.4 tar upp olika mätmetoder och hur de hanterar olika felkällor. I avsnitt 2.5 beskrivs en av dessa metoder närmare, mätning med SWEPOS nätverks-RTK-tjänst.

2.1 GNSS

Det vanligaste och mest kända GNSS är amerikanska GPS men även ryska Glonass är idag ett fullt utbyggt GNSS tillgängligt för den civila marknaden. Med varje enskilt GNSS krävs att antalet satelliter alltid ska vara tillräckligt många (minst fyra) för att kunna beräkna en position. Signaler från båda systemen kan användas tillsammans för att uppnå en ökad möjlighet till lyckad GNSS-mätning genom fler tillgängliga satelliter och därmed ökad möjlighet till överbestämningar. Europeiska Galileo och kinesiska Beidou är två andra GNSS under utbyggnad så i framtiden kommer det finnas fyra olika GNSS som kan samverka och öka tillgängligheten och möjligheterna till satellitbaserad geodetisk mätning med låg osäkerhet.

2.2 Felkällor vid GNSS-mätning

I samband med GNSS-mätning finns en rad olika felkällor som påverkar osäkerheten i mätresultatet. Förutom normalt mätbrus och användarrelaterade fel finns flera felkällor involverade i själva mätproceduren, som kan hanteras på olika sätt för att minimera dess påverkan på mätresultatet. Vid relativ mätning elimineras/reduceras många av felkällorna. De vanligaste felkällorna som behöver korrigeras för vid GNSS-mätning med låg mätosäkerhet kan delas in i satellit-, atmosfärs- och mottagarrelaterade fel (Lantmäteriet m fl, 2011). Felkällorna beskrivs i följande avsnitt och sammanfattas i Tabell 1. Relativ mätning beskrivs närmare i avsnitt 2.4.3.

2.2.1 Satellitrelaterade felkällor

Klockfel uppkommer eftersom satellitens och mottagarens klockor inte är synkroniserade. Fel uppstår även när satelliterna inte befinner sig precis i dess beräknade banor och brukar benämnas som **banfel**. Båda dessa satellitrelaterade felkällor medför felaktigt beräknade avstånd till satelliterna men de felen kan reduceras/elimineras via relativ mätning.

2.2.2 Fel beroende på inverkan från atmosfären

Signalerna påverkas på sin färd genom atmosfären mellan satelliterna och mottagaren. I den övre delen av atmosfären (50 – 1500 km från jordens yta) ligger **jonosfären**, som räknas som den enskilt största felkällan vid GNSS-mätning (Emardson m fl, 2011).

Solens UV-strålning joniserar denna del av atmosfären och de fria elektronerna som bildas påverkar satellitsignalerna. Vid signalernas passage av jonosfären accelereras fasmätningar medan kodmätningar bromsas upp. Jonosfärens aktivitet varierar under dygnet och i större cykler beroende på solaktiviteten. Jonosfären är ett för GNSS-signaler dispersivt medium där antalet fria elektroner i jonosfären påverkar signalerna direkt proportionellt mot signalernas frekvens. Detta gör att påverkan från jonosfären kan reduceras genom kombinationer av mätningar med olika frekvenser. Relativ mätning kan också tillämpas för att reducera jonosfärens påverkan på mätosäkerheten.

Troposfären är den nedre delen av atmosfären (0-50 km från jordens yta) och består av en torr och en våt del. I troposfären påverkas alla frekvenser likadant vilket innebär att vi inte kan reducera inverkan med hjälp av mätningar på olika frekvenser. För den torra delen finns bra modeller för att reducera troposfärens påverkan på GNSS-signalerna. Den våta delen, med moln och nederbörd, är svårare att modellera och varierar mycket över tiden.

2.2.3 Mottagarrelaterade fel

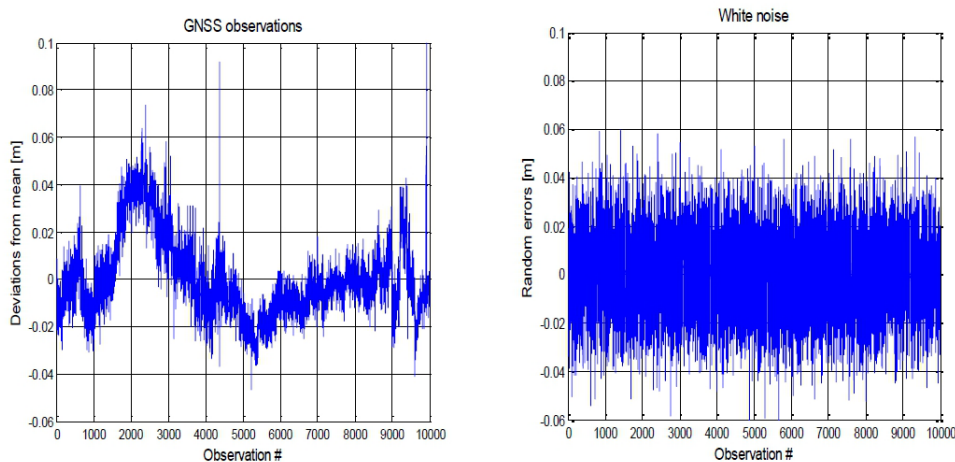
Lokala fel beror på inverkan från den omgivande miljön vid mätplatsen. Mottagaren beräknar positionen för inkomna satellitsignaler till **antennens elektriska centrum**. Detta är ingen fast punkt i antennen utan kan variera lite beroende på satellitsignalens infallsvinkel. **Flervägsfel** innebär att signalerna inte färdas direkt till antennen utan reflekteras på ett eller flera objekt innan de når antennen, vilket ger felaktigt observerad tid och därmed ett felaktigt beräknat avstånd till satelliten. Bra (nya) antenner kan hantera reflekterande signaler bättre än billigare/äldre antenner (Odolinski, 2010 b).

Tabell 1: Felkällor och dess ungefärliga storlek vid absolut och relativ GNSS-mätning (Hofmann-Wellenhof m fl, 2008). Flera av felkällorna är baslinjeberoende vid relativ mätning, vilket innebär att felkällans storlek ökar vid mätning längre från närmaste referensstation.

Felkälla	Absolut mätning	Relativ mätning
Klockfel	2-100 m	0,1-2 ppm (Baslinjeberoende)
Banfel	2-50 m	0,0 ppm
Jonosfär	0,5->100 m	1-50 ppm (Baslinjeberoende)
Troposfär (Våt + Torr komponent)	0,01-0,5 + 2-12 m	0-3 ppm (Baslinjeberoende)
Flervägsfel (fasmätning)	mm-cm	mm-cm (Lokalt beroende)
Antennens elektriska centrum	mm-cm	mm-cm (Lokalt beroende)

2.3 Tidskorrelationer

I Figur 1 visas en typisk plot av en tidsserie från en statisk GNSS-mätning till vänster och slumpmässigt vitt brus till höger. I GNSS-tidsserien kan vi se hur mätningarna, förutom det slumpmässiga bruset, även rör sig över längre perioder. Satelliternas positioner på himlen förändras långsamt över tiden. Även troposfärens och jonosfärens påverkan på signalen ändras långsamt över tiden. Mätningar nära varandra i tiden har därför liknande infallsvinkel på signalerna. Signalerna har därmed även propagerats genom en liknande del av atmosfären och därmed påverkats av atmosfären på ett liknande sätt. Det gör att GNSS-mätningars avvikelser inte enbart är slumpmässiga vid mätningar nära varandra i tiden. Detta kallas att mätningar nära varandra i tiden är korrelerade och därmed inte oberoende. Tidskorrelationen gör också att osäkerhetsskattningar av mätningar som ligger nära varandra i tiden blir för optimistiska på grund av att mätningarna är påverkade av likartade fel (Howind m fl, 1999). Dessa mätningar kan ha en låg standardosäkerhet men en dålig noggrannhet. För att skatta en mer realistisk mätosäkerhet måste korrelationen tas i beaktande. Vid höga krav bör därför en viss tid gå mellan återbesök av samma punkt för att satellitkonstellationen ska ha hunnit ändras tillräckligt mycket för att en mätning ska anses som oberoende av den tidigare. Återbesök av samma punkt är en vanlig och rekommenderad metod för kontroller av inmätningar, och då är okorrelerade mätningar nödvändiga för att kontrollen ska vara tillförlitlig (Odolinski, 2010 b).



Figur 1: Typisk plot av en GNSS-tidsserie till vänster och simulerat vitt brus med samma varians som GNSS-mätningarna till höger (Jansson och Persson, 2013).

2.4 Mätmetoder

Kommunikation mellan satelliter och GNSS-mottagare sker genom radiovågor som sänds ut från satelliterna. Olika utrustningar och metoder ger olika mätosäkerhet på de beräknade positionerna, från en mätosäkerhet på ca 5-15 meter för de enklare mottagarna i till exempel mobiltelefoner ner till någon centimeters mätosäkerhet för mer avancerade GNSS-mottagare (Lantmäteriet m fl, 2011).

Beroende på vilken osäkerhetsnivå som önskas på mätningarna, finns en rad olika mätmetoder som hanterar felkällorna olika bra. Positionen kan beräknas i realtid eller i efterhand. Mätning kan ske statistiskt på en punkt eller med en rörlig antenn. Dessutom kan mätning utföras med en enskild mottagare eller relativt en eller flera referensstationer. I nedanstående avsnitt beskrivs några olika mätmetoder.

2.4.1 Kodmätning

Enklare GNSS-mottagare mäter avstånden till satelliterna genom kodmätning där en mottagen kod från satelliterna jämförs med GNSS-mottagarens egengenererade kod från samma tidpunkt (Lantmäteriet m fl, 2011). På så sätt kan tiden det tar för signalen att nå mottagaren beräknas. Hastigheten för signalens färd genom atmosfären är känd (ljusets hastighet) och även positionerna av satelliterna eftersom de ingår i navigationsmeddelandet som följer med signalerna till GNSS-mottagaren. Om det finns kontakt med minst fyra tillgängliga satelliter kan mottagarens 3D-position samt klockfel beräknas.

2.4.2 Bärivåsmätning

Mer avancerad GNSS-utrustning, som används vid geodetisk mätning, tillämpar bärivåsmätning. Signalen består av ett okänt

antal hela våglängder som måste bestämmas vid initialisering innan start av mätningen plus en del av en våglängd som mäts av mottagaren genom fasmätning. När det obekanta antalet hela våglängder har bestämts har fixlösning erhållits och mätning av den sista icke kompletta våglängden kan påbörjas.

2.4.3 Relativ mätning

Relativ mätning bygger på att en mottagare (referensmottagare) sätts upp över en känd punkt och en annan mottagare (även kallad rover) mäter på punkten av intresse. Referensmottagaren beräknar hur mycket felkällorna påverkar den beräknade positionen jämfört med de kända koordinaterna för punkten. För korta avstånd (10-20 km) mellan referensmottagaren och rovern anses atmosfären ha liknande påverkan på signalerna (Talbot m fl, 2002). Ju närmare referensstationen mätning sker, ju mer liknande är felkällorna och därmed ökar möjligheten till låg osäkerhet i mätningarna. När referensmottagaren och rovern observerar samma satelliter kan differenser av observationer med olika frekvenser användas för att eliminera vissa felkällor. Enkeldifferens mellan två mottagare och en satellit eliminerar satellitklockfel, banfel samt effekten av jonosfären och troposfären (Lantmäteriet m fl, 2011). För att eliminera mottagarnas klockfel, används så kallad dubbeldifferens. Då räknas enkeldifferensen från två mottagare till två olika satelliter fram. Sedan beräknas differensen av dessa enkeldifferenser vilket är dubbeldifferensen.

Med ett nät av referensstationer interpoleras korrektionerna fram vilket ger möjlighet till mätning på längre avstånd från referensstationen med en lägre mätosäkerhet än mätning mot en enstaka referensstation. Kommunikation mellan referensstationer och den rörliga mottagaren sker genom till exempel ett mobilt nätverk (GPRS eller GSM). Korrektioner som distribueras till användaren ger förutsättningar till realtidsmätning med centimetersäkerhet. Referensnätet kan bestå av tillfälligt uppsatta GNSS-mottagare placerade över kända punkter eller av permanenta referensstationer tillgängliga för alla användare inom täckningsområdet (t ex SWEPOS, se avsnitt 2.5). GNSS-mätning i realtid mot ett fast referensnät kallas nätverks-RTK (Real Time Kinematic). Även vid nätverks-RTK-mätning förväntas dock standardosäkerheten i mätningarna vara lägre ju närmare en referensstation mätning sker.

Det finns olika metoder för hur korrektioner beräknas och sänds till användaren vid nätverks-RTK-mätning där Master-Auxiliary Concept, MAC (Euler m fl, 2001) och Virtuellt Referensstation, VRS (Vollath m fl, 2000) är de två dominerande. VRS är det som används av SWEPOS och därmed av intresse i detta arbete och förklaras därför lite kort nedan.

VRS-metoden bygger på att användarens mottagare skickar sin ungefärliga position till en central programvara för referensnätverket. En virtuell referensstation etableras då på platsen. Programvaran interpolerar därefter korrektioner, för GNSS-signalernas påverkan vid den virtuella referensstationen, baserat på omkringliggande fasta referensstationers beräknade korrektioner. Den virtuella referensstationen används sedan som referensstation och korrektioner relativt den virtuella referensstationen skickas kontinuerligt till användaren som kan utföra GNSS-mätningar i närheten. För mätning med virtuell referensstation krävs tvåvägs-kommunikation mellan driftledningscentral och användare. Dels för att skicka användarens position till driftledningscentralen, dels för att erhålla de beräknade korrektionerna för den virtuella referensstationen.

2.5 SWEPOS

Lantmäteriets nät av fasta referensstationer, SWEPOS, täcker hela Sverige med ca 70 km mellan stationerna (Figur 2). En standardosäkerhet på 15-20 mm i plan och 25-30 mm i höjd (över ellipsoid) kan förväntas vid nätverks-RTK-mätning i detta nät (Emardson m fl, 2009). Förtätning av SWEPOS-nätet pågår och i stora delar av södra Sverige är det idag ca 35 km mellan referensstationerna. År 2015 planeras förtätningen vara klar i hela Sverige och det förväntas kunna sänka standard-osäkerheten till 10-15 mm i plan och 15-20 mm i höjd (över ellipsoid) för mätning med nätverks-RTK (Emardson m fl, 2009). I storstadsregionerna är nätet redan idag ännu tätare med ca 10-20 km mellan referensstationerna.



Figur 2: SWEPOS-nätets referensstationer (maj 2014) till vänster (Katrin, 2014). I södra Sverige är det förtätade nätet med ca 35 km mellan referensstationerna nästan färdigutbyggt. I norra Sverige är nätet glesare med ca 70 km mellan referensstationerna. SWEPOS-stationen i Uppsala till höger.

2.5.1 Monitorstationer

Lantmäteriets monitorstationer består av GNSS-utrustning som kontinuerligt är uppkopplad mot SWEPOS nätverks-RTK-tjänst. Positionen (latitud, longitud, höjd över ellipsoiden) beräknas och lagras med frekvensen 1 Hz. Monitorstationerna är placerade över punkter med kända koordinater och mätningarna på monitorstationerna kan ge indikationer på vilken osäkerhet som kan förväntas för ett givet mättillfälle i den närliggande regionen. Efter en minut med fixlösning sker ominitialisering och en ny fixlösning beräknas, vilket ger glapp i mätserien motsvarande tiden för ominitialiseringen. Monitorstationen är placerad för att ha så bra mätförhållanden som möjligt och antennen är av choke-ring typ vilket förbättrar hanteringen av flervägsfel.

2.5.2 Jonosfärsmonitor

Lantmäteriet har även en jonsfärsmonitor kopplad till SWEPOS-tjänsten. Den ger ett mått på aktiviteten i jonosfären och dess inverkan på mätosäkerheten uppdelad på fyra regioner i Sverige. Vid hög jonsfärsaktivitet kan det vara problem att erhålla fixlösning (se avsnitt 2.4.2) och jonsfärsmonitorn kan då användas för att ge en indikation på varför användare har problem att erhålla egen fixlösning.

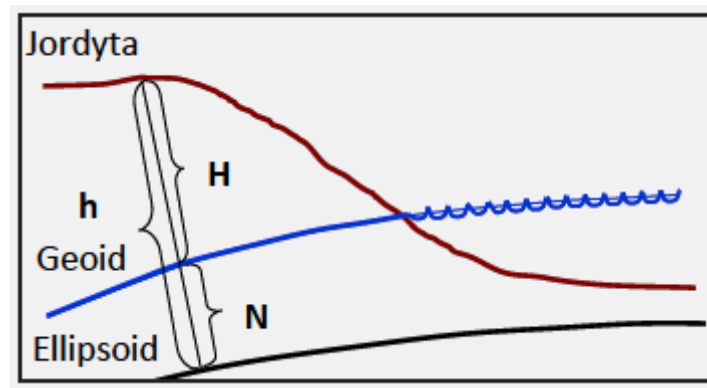
2.6 Referenssystem

Mätning med SWEPOS ger koordinater direkt i det tredimensionella nationella referenssystemet SWEREF 99. För att erhålla plana koordinater i den nationella kartprojektionen SWEREF 99 TM eller någon av de lokala projektionszonerna krävs en koordinattransformation.

Vid mätning med GNSS mäts inte höjder direkt i meter över havet (Lantmäteriet m fl, 2011). Istället mäts höjder över en referensellipsoid som har anpassats så bra som möjlig efter jordens form. Höjder över havet i vardagligt tal är egentligen höjder över geoiden, vilket är en tänkt medelhavsytta som täcker hela jorden. Geoiden är i själva verket den ekvipotentialyta i jordens tyngdkraftfält som sammanfaller med havets medelnivå. För att ange höjder över geoiden behöver de mätta ellipsoidhöjderna transformeras till geoidhöjder med hjälp av en geoidmodell. I Sverige är det nationella höjdsystemet RH2000 det referenssystem som används för att ange höjder över geoiden. Geoidmodellen Swen08_RH2000 används för transformation av ellipsoidhöjder till höjder i RH2000. Sambandet mellan dessa visas i Figur 3 och kan beräknas med ekvation (2:1)

$$H_{RH2000} = h_{GNSS} - N_{Sven08_RH2000} \quad (2:1)$$

där H_{RH2000} är höjden i RH2000, h_{GNSS} är ellipsoidhöjd från GNSS-mätningarna och N_{Sven08_RH2000} är geoidhöjden.



Figur 3: Samband mellan ellipsoidhöjd (h), geoidhöjd (N) och höjd (över havet) i RH2000 (H) (Lantmäteriet, 2011)

Standardosäkerheten (u) för höjden i RH2000 erhålls då ur följande samband:

$$u_{H_{RH2000}} = \sqrt{u_{H_{GNSS}}^2 + u_{N_{Sven08_RH2000}}^2} \quad (2:2)$$

Standardosäkerheten för höjder i RH2000 beror därmed både på standardosäkerheten i GNSS-höjdmätningarna och på standardosäkerheten i bestämningen av geoidmodellen Swen08_RH2000. Swen08_RH2000 har en osäkerhet på ca 10-15 mm förutom i fjälltrakterna där osäkerheten är högre (Ågren, 2009). För att inte denna osäkerhet i geoidmodellen ska påverka resultaten i den här studien kommer enbart höjder över ellipsoiden att användas i analyserna.

3 Tidigare studier

Tre tidigare studier av mätosäkerheten vid nätverks-RTK-mätning med SWEPOS har använts som grund för detta arbete. År 2008 genomfördes projektet "Close" som ett samarbete mellan Sveriges Forskningsinstitut (SP) och Chalmers på uppdrag av Lantmäteriet (Emardson m fl, 2009). Det var en teoretisk studie av hur olika felkällor påverkar nätverks-RTK-mätning i SWEPOS 70 km-nät. Lantmäteriet genomförde 2010 en utvärdering av slutsatserna från Close-projektet (Odolinski, 2010 a). Studien baserades på empiriska mätningar från monitorstationer. Även korrelationstider studerades i ovan nämnda studier, dock med lite olika angreppssätt. Jansson (2011) har studerat hur avståndet till närmaste referensstation inverkar på osäkerheten i GNSS-mätningar. I nedanstående avsnitt redovisas resultat från de olika studierna.

3.1 Close

I Close gör Emardson m fl (2009) en skattning av storleken för felkällorna beskrivna i avsnitt 2.2 med hjälp av standardavvikelse (RMS) baserat på teoretiska simuleringar av olika mätsituationer (Tabell 2). För nätverks-RTK-mätning i SWEPOS 70 km-nät, med GPS och Glonass satellitkonfiguration hösten 2008, skattades RMS till 27 mm för höjdkomponenten (höjd över ellipsoiden) och till 12 mm i plan.

I nuläget pågår förbättringar av den geodetiska infrastrukturen i Sverige genom förtätningen av referensstationsnätet SWEPOS. Även utbyggnaden av de två nya GNSS (Galileo och Beidou) kan ses som infrastrukturförbättring vad gäller GNSS-mätning. Inom Close-projektet gjordes även simuleringar av RMS-värden för GNSS-mätning med dessa scenarier.

En förtätning av referensnätet beräknades ge en sänkning av höjdkomponentens RMS till 20 mm med samma satellitkonstellation som hösten 2008. Liknande effekt på mätosäkerheten erhålls när Galileo och Beidou är fullt utbyggda utan att SWEPOS-nätet förtätas till 35 km, det vill säga RMS på 20 mm för höjdkomponenten (höjd över ellipsoiden). Då antas även att elevationsvinkeln (den infallsvinkel mottagen GNSS-signal minst ska ha för att användas vid beräkning) kan höjas från dagens standard 13° till 24°. Med både ett förtätat nät och fyra framtida GNSS förväntas RMS för höjdkomponenten sjunka till 14 mm (höjd över ellipsoiden). Motsvarande värden för plan-komponenten är 9 mm vid en av de framtida planerade infrastrukturförbättringarna och 6 mm vid både förtätat 35 km-nät och fyra fullt utbyggda GNSS. Även projektanpassade nät med ca 10-20 km mellan referensstationerna studerades och höjdkomponentens RMS skattades till 11 mm (höjd över ellipsoiden) vid 2008 års satellitkonfiguration. Samtliga givna värden från Close-rapporten är givna på 68% konfidensnivå.

Close-projektet uppskattade tiden för att uppnå helt okorrelerade mätningar uppdelat per felkälla (jonosfär, troposfär och lokala effekter). Troposfären, som är den felkälla som har längst korrelationstid, uppskattades ha en korrelationstid på 6700 sekunder (ca 112 min) för mätning i ett 70 km-nät. Korrelationstiden beräknades genom en anpassning av en första ordningens Gauss-Markov-process (ekvation (4:13)) till autokovariansfunktionen (ekvation (4:9)) definierad av Emery och Thompson (2001).

Tabell 2: Simulerade RMS-värden från Close-rapporten med GPS och Glonass. Även skattad korrelationstid i 70 km-nätet (Emardson m fl, 2009).

Avstånd mellan referensstationer	RMS Plan	RMS Höjd	Korrelationstid
10 km-nät	6 mm	11 mm	-
20 km-nät	8 mm	15 mm	-
35 km-nät	9 mm	20 mm	-
70 km-nät	12 mm	27 mm	6700 s

3.2 Lantmäteriets utvärdering

Lantmäteriet (Odolinski, 2010 a) baserade sin utvärdering av Close-projektet på beräkningar av empiriska data från GPS- och Glonass-mätningar vid monitorstationer i SWEPOS 70 km-nät och ett projektanpassat 10-20 km-nät. En standardosäkerhet (68% konfidensnivå) på 27 mm i höjd och 12 mm i plan skattades för mätningar i SWEPOS 70 km-nät (Tabell 3). De beräknade statistiska värdena, baserat på monitorstationerna, stärkte slutsatserna från Close-projektet.

Dessutom studerades vilken tidsseparation som behövs för att mätningarna ska kunna klassas som oberoende. Det gjordes genom att dels anpassa en sammansatt första ordningens Gauss-Markov-process (ekvation (4:14)) till autokovariansfunktionen (ekvation (4:9)) dels genom en metod som baseras på att beräkna antalet effektiva mätningar beskriven i Persson (2008).

Korrelationstiden i SWEPOS 70 km-nät skattades av Odolinski (2010 a) till 25-35 minuter för mätning i plan och 45-65 minuter i höjd baserat på resultaten från de två nämnda metoderna. Motsvarande värden för det projektanpassade nätet var 25-30 minuter i plan och 25-35 minuter i höjd. Ett kortare avstånd mellan rover och närmaste referensstation gav en kortare korrelationstid i framförallt höjdkomponenten medan korrelationstiden för plankomponenten inte förkortades nämnvärt med ett kortare avstånd till närmaste referensstation.

Tabell 3: Beräknade RMS-värden och korrelationstider från Lantmäteriets utvärdering baserat på monitordata (Odolinski, 2010 a).

Avstånd mellan referensstationer	RMS Plan	RMS Höjd	Korrelationstid	
			Plan	Höjd
10-20 km-nät	6 mm	11 mm	25-30 min	25-35 min
70 km-nät	12 mm	27 mm	25-35 min	45-65 min

3.3 Studie av mätosäkerhet i förtätat SWEPOS-nät

Jansson (2011) studerade mätosäkerheten i nätverks-RTK-mätningar vid olika avstånd till närmaste SWEPOS-station (Tabell 4). Studien baserades på korta mätsessioner med GPS- och Glonass-satelliter. En medeltalsbildning av fem mätta positioner gjordes vid ett flertal olika mättillfällen vid olika tidpunkter och dagar. Vid mätning i standardnätet med ca 70 km mellan referensstationerna, och ca 35 km till närmaste referensstation från mätpunkten, erhöles en standardosäkerhet på ca 13 mm i plan och ca 15 mm i höjd. I utkanten av det förtätade Stockholmsnätet med ca 25-40 km mellan referensstationerna och 14 km från mätpunkten till närmaste referensstation var standard-osäkerheten ca 8 mm i plan och ca 11 mm i höjd. Slutligen mättes även punkter inom det förtätade Stockholmsnätet med ca 10-20 km mellan referensstationerna och 4 km mellan mätpunkten och närmaste referensstation. De beräknade standardosäkerheten där var 6-8 mm i plan och 7-9 mm i höjd. Samtliga värden är givna med konfidensnivå 68%.

Tabell 4: Standardosäkerhet vid nätverks-RTK-mätning med olika avstånd till referensstationer (Jansson, 2011).

Avstånd mellan referensstationer	Avstånd mellan mätpunkt och närmaste referensstation	Standardosäkerhet plan	Standardosäkerhet höjd
70 km	35 km	13 mm	15 mm
25-40 km	14 km	8 mm	11 mm
10-20 km	4-9 km	6-8 mm	7-9 mm

4 Metod

I avsnitt 4.1 beskrivs genomförandet av datainsamling från dels GNSS-mätningar i tre omgångar och dels från Lantmäteriets monitorstation. Avsnitt 4.2 beskriver bearbetningen av rådata. I avsnitt 4.3 beskrivs beräkningen av statistiska osäkerhetsvärden följt av en beskrivning av tidskorrelations-analysen baserat på de insamlade mätningarna.

4.1 Datainsamling

För att analysera mätosäkerheten i SWEPOS 35 km-nät användes data insamlat genom statisk GNSS-mätning under tre mätomgångar, á 24 timmar, på tre punkter med olika avstånd (0,1 km, 8,8 km och 15,8 km) till närmaste referensstation i SWEPOS 35 km-nät. Dessutom analyserades tre månaders data insamlat från Lantmäteriets monitorstation i Växjö (15,5 km från närmaste referensstation). Den är också belägen i SWEPOS 35 km-nät.

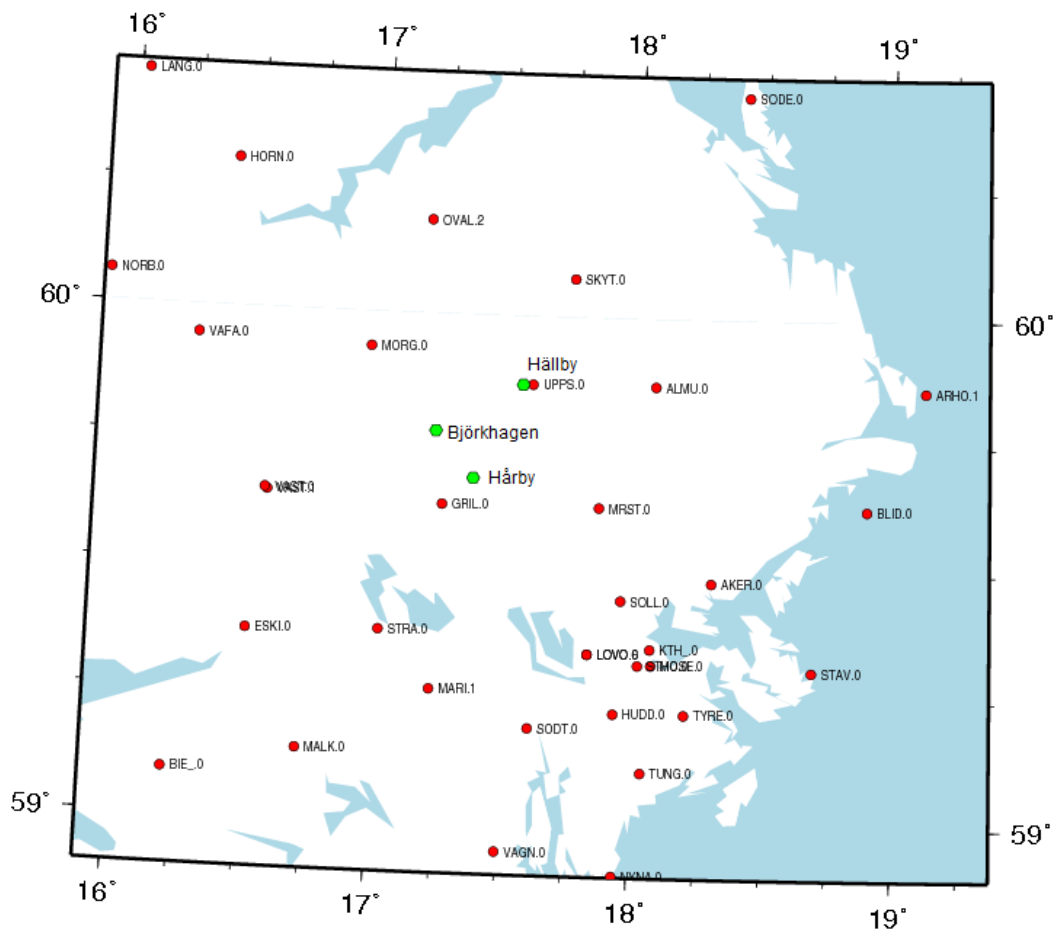
4.1.1 Statiska GNSS-mätningar i Uppland

Tre punkter med olika avstånd till närmaste referensstation valdes ut i området mellan Enköping och Uppsala i Uppland där avståndet mellan SWEPOS referensstationer är ca 35 km (Figur 4 och Tabell 5). Vid valet av punkter beaktades dels avståndet till närmaste SWEPOS-referensstation, dels vilken klass punkternas kända koordinater har i plan och höjd. Punkter med kända koordinater av låg klass (osäkerhet) var önskvärda då de punkternas koordinater är bestämda med en lägre osäkerhet än punkter av högre klass. Punkter med klass 0 i RH 2000 definierar höjdsystemet och en sådan punkt fanns tillgänglig på lagom avstånd till referensstationen. De övriga två punkternas RH 2000-höjder är av klass 1 vilket innebär finavvägda punkter med ca 10 mm osäkerhet i höjdvärdet relativt klass 0 (konfidensnivå 68%). De plana koordinaterna av klass 1 är så kallade SWEREF-punkter. Koordinaterna är bestämda genom två stycken 24-timmars GNSS-mätningar med Dorne-Margolin-antennerna av choke-ring-typ och tvåfrekvensmottagare (Andersson m fl, 2011). Punkterna av klass 2 är Rix95-punkter som är koordinatbestämda genom kortare tidsperioder (> 45 min) av GNSS-mätning med standard-utrustning. Dessa är sedan utjämnade relativt SWEREF-punkterna.

En inventeringsrunda gjordes för att kontrollera att punkterna hittades och var lämpliga för GNSS-mätning i form av fri sikt mot himlen. Detta för att kunna erhålla en bra spridning av tillgängliga satelliter och en god satellitgeometri vilket minskar risken för tappad fixlösning.

Tabell 5: Mätpunkter, avstånd till närmaste referensstation och klasser på kända koordinater

Mätpunkt	Avstånd till närmaste referensstation	Klass SWEREF 99	Klass RH 2000
Hällby	0,1 km (Uppsala)	1	1
Hårby	8,8 km (Grillby)	2	1
Björkhagen	15,8 km (Grillby)	2	0



Figur 4: Karta över mätområdet i Uppland. Röda punkter är SWEPOS-stationer och gröna punkter är de utvalda mätpunkterna.

Mätningarna genomfördes med Leica Geosystems Viva-utrustning som är en vanlig konventionell utrustning för mätning med nätverks-RTK. Mätning skedde mot både GPS- och Glonass-satelliter vilket ger en säkrare bestämning av korrekt fixlösning än om enbart ett system används på grund av fler tillgängliga satelliter (Odolinski, 2010 b). Alla mätningar, oavsett kvalitet, lagrades för att kunna filtrera bort mätningar med låg kvalitet i efterhand. Elevationsvinkeln sattes till 12° eftersom det är vad som används vid monitorstationerna. Signaler mottagna med lägre infallsvinkel än 12° används därför inte av mottagaren vid beräkning av positionen.

SWEREF 99 TM användes som referenssystem och höjder sparades som höjder över ellipsoiden.

Första mätomgången genomfördes som 24 timmars-sessioner på en punkt i taget mellan den 28 januari och 2 februari 2014. Antennen (modell GS15) monterades på en trefot som i sin tur monterades på ett stativ. Trefoten horisonterades med hjälp av doslibellen och centrerades över punkten med hjälp av ett optiskt lod. Antennhöjd mättes och noterades innan mottagaren kopplades upp mot SWEPOS nätverks-RTK-tjänst genom GPRS-kommunikation. GNSS-mätningarna startades och positioner lagrades med frekvensen 1 Hz. Kontroller av antennhöjd, centring och horisontering gjordes några gånger under dygnet och även innan mätningen avslutades efter ca 24 h efterföljande dag. Efter laddning av batterier och tömning av minneskortet till datorn upprepades proceduren sedan de följande dagarna för övriga två punkter.



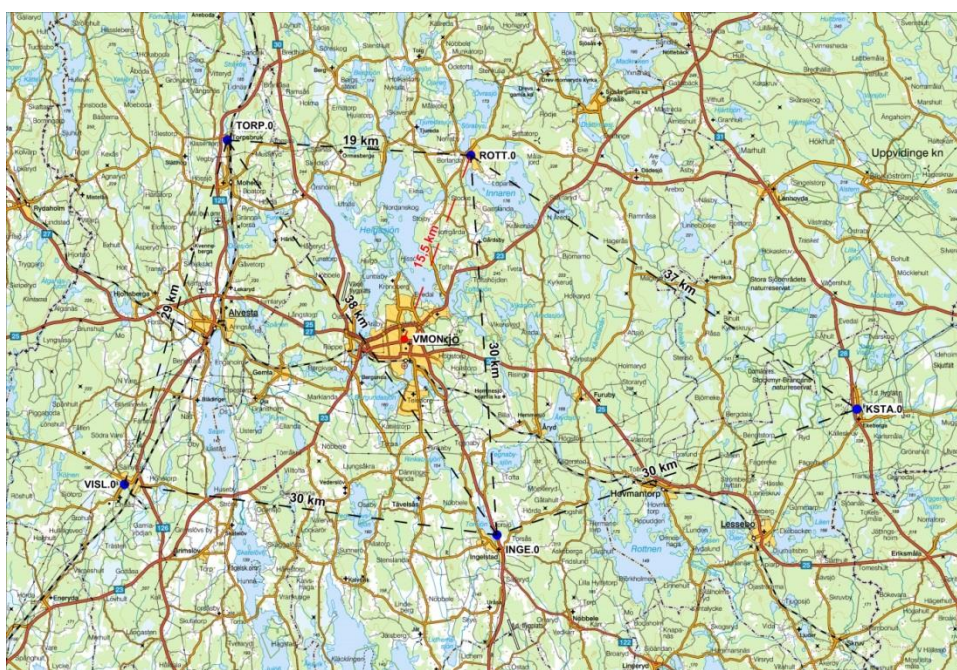
Figur 5: Mätning vid Hällby, Hårby och Björkhagen vid mätomgång tre.

Den andra och tredje mätomgången genomfördes på samma punkter under perioden 6-10 maj 2014 (Figur 5). Dessa mätningar skedde parallellt på alla tre punkter samtidigt. Även vid dessa mätningar användes Leicas Viva utrustning. Vid två punkter (Hårby och Björkhagen) användes antennen GS15 och vid Hällby en antenn av modellen AS 10. Två 24-timmars-sessioner genomfördes med start ca klockan 11 den 6 maj för session ett och start ca klockan 11 den 8 maj för session två. Själva mätningarna genomfördes i övrigt enligt samma procedur som vid omgång ett.

Detta mätförfarande ger en uppfattning av repeterbarheten för mätningar på samma plats vid olika tidpunkter. Vid mätomgång ett var endast en uppsättning utrustning tillgänglig och därför genomfördes mätningarna dagarna efter varandra. Det två sista omgångarna med parallella mätningar ger däremot möjligheten att utvärdera mätningar som har skett under samma väder- och atmosfärsmässiga förutsättningar men med olika avstånd till närmaste referensstation. De parallella mätningarna kunde genomföras tack vare lånad utrustning från andra avdelningar på Lantmäteriet i Gävle.

4.1.2 Monitorstation

En av Lantmäteriets monitorstationer är belägen i Växjö där SWEPOS-nätet är utbyggt med ca 35 km mellan referensstationerna. Monitor-stationens närmaste referensstation finns i Rottne ca 15,5 km från Växjö (Figur 6). Således är dessa data användbara för att kunna uppskatta vilken mätosäkerhet som kan uppnås med SWEPOS nätverks-RTK-tjänst i 35 km-nätet. Dessa värden bör dessutom vara jämförbara med de statistiska dygnsmätningarna vid Björkhagen som har ett liknande avstånd till närmaste referensstation. Monitorstationen lagrar mätningar med frekvensen 1 Hz, men efter 60 sekunder med fixlösning sker en ominitialisering vilket medför glapp i tidsserien motsvarande tiden för ominitialiseringen. Data från 1 januari till 31 mars 2014 har använts för utvärdering av mätosäkerhetsvärden och då enbart mätningar mätta med fixlösning.



Figur 6: Karta som beskriver Växjö-monitorns läge (röd) och omgivande SWEPOS-stationer (blått).

4.2 Bearbetning av rådata

Data från de statistiska mätningarna lästes in till Leica Geo Office där mätningar mätta med flyttalslösning förkastades direkt. Sedan exporterades resterande mätningar som plana koordinater i SWEREF 99 TM (N, E) och höjderna som höjder över ellipsoiden för att undvika påverkan av eventuell osäkerhet i geoidmodellen.

Monitorstationerna levererar koordinater i SWEREF 99 (latitud, longitud, höjd över ellipsoiden). Dessa transformerades till SWEREF 99 TM (N, E, höjd över ellipsoiden) med programvaran Gtrans. Mätningarna delades sedan upp i en- och tiodagarsperioder och även i hela månader.

GNSS-mätningar ger inte korrekta fixlösningar i 100% av fallen utan vid ett fåtal mätningar förekommer felaktiga fixlösningar vilket kan ge stora avvikelser från de korrekta värdena. För att inte basera analysen på felaktiga mätningar har de mätningar som avviker mer än 10 cm från mätningarnas medelvärde för plana koordinater och/eller mer än 15 cm i höjd tagits bort innan vidare beräkningar.

4.3 Beräkning

Först beräknas grundläggande statistiska värden som medelavvikelse, Root Mean Square (RMS) och standardosäkerhet (avsnitt 4.3.1). Sedan definieras och skattas autokovariansfunktionen och baserat på den beräknas sedan antalet effektiva mätningar samt korrelationstiden. Alla beräkningar har skett med till största delen egenskriven Matlab-kod.

4.3.1 Grundläggande statistik

För varje enskild koordinat på varje punkt beräknades medelvärdet av hela mätserien som (Persson, 2008)

$$\bar{X} = \frac{1}{n} [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) / n \quad (4:1)$$

där \bar{X} är medelvärdet av n stycken mätningar x_i och $i = 1, 2, \dots, n$.

Medelavvikelsen $\bar{\varepsilon}_{\bar{X}}$ mot mätningarnas medelvärde beräknades som

$$\bar{\varepsilon}_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{\bar{X}_i}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})}{n} \quad (4:2)$$

där $\varepsilon_{\bar{X}_i}$ är avvikelsen (residualen) för mätning i . För hela mätserier är $\bar{\varepsilon}_{\bar{X}} = 0$ men denna formel används inom detta arbete för att beräkna medelavvikelsen för kortare tidsperioder av en tidsserie jämfört med hela tidsseriens medelvärde.

Standardosäkerheten u för spridningen av mätningarna kring medelvärdet beräknades som

$$u_x = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 / (n - 1)} \quad (4:3)$$

För att kontrollera om mätningarna följer den förväntade normalfördelningen och dess konfidensnivåer beräknades därefter hur många procent av mätningarna som hade residualer inom en, två respektive tre gånger den beräknade standardosäkerheten u för respektive koordinat och punkt.

Medelavvikelsen $\bar{\varepsilon}_x$ mot de kända koordinaterna beräknades som

$$\bar{\varepsilon}_X = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{X_i}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - X)}{n} \quad (4:4)$$

där ε_{X_i} är avvikelserna för mätning i och X det kända koordinatvärdet. Spridningen kring de kända koordinaterna (RMS) beräknades som

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i)^2}{n}} \quad (4:5)$$

Dessa beräkningar gjordes för varje koordinatkomponent (northing (N), easting (E) och höjd över ellipsoiden (h)). För medelavvikelse, standardosäkerhet och RMS beräknades även ett värde för plan genom felfortplantning enligt

$$a_{plan} = \sqrt{a_N^2 + a_E^2} \quad (4:6)$$

där $a = \bar{\varepsilon}_x, u_x, \bar{\varepsilon}_X$ eller RMS .

För att studera repeterbarheten av GNSS-mätningar räknades medelavvikelsen $\bar{\varepsilon}_i$ enligt ekvation (4:2) för alla enskilda dagar under en månad baserat på data från monitorstationen. Antennen sitter fast monterad på samma plats hela tiden vilket eliminerar de centrerings-, horisonterings- och antennhöjdsfel som kan finnas vid de statistiska GNSS-mätningarna. Därefter kan standardosäkerheten $u_{\bar{\varepsilon}}$ kring det månatliga medelvärdet $\bar{\varepsilon}$ av medelavvikelserna $\bar{\varepsilon}_i$ beräknas

$$u_{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^d \frac{(\bar{\varepsilon}_i - \bar{\varepsilon})^2}{d}}{d}} \quad (4:7)$$

där $i = 1, 2, \dots, d$ och d är antalet dagar i månaden.

För att sammanfatta resultaten från olika mätomgångar beräknades en poolad varians enligt (Vännman, 2002)

$$u_{pol}^2 = \frac{\sum_{i=1}^m \ddot{o}_i u_i^2}{\sum_{i=1}^m \ddot{o}_i} \quad (4:8)$$

där $\ddot{o} = n - 1$ är antalet överbestämningar och u^2 variansen för mätomgång i där $i = 1, 2, \dots, m$ och m är antalet mätomgångar.

4.3.2 Simulering av mätosäkerhet för statistiska mätningar i Uppland

För att utvärdera de beräknade mätosäkerhetsvärdena gjordes simulering av teoretiska värden för samma mätperioder som de verkliga mätningarna. Simuleringarna gjordes av Per Jarlemark på SP, som är en av författarna till Close-rapporten. I grunden användes samma simuleringar som i Close-rapporten (Emardson m fl, 2009).

Jonosfärens, troposfärens och de lokala effekternas bidrag till mätosäkerheten simulerades fram var för sig eftersom de antas ha störst inflytande vid nätverks-RTK-mätning. Baserat på satelliternas kända koordinater och dess azimuth- och elevationsvinklar beräknas satellitkonstellationerna vid mätpunkterna (Jarlemark, 2014). Baserat på avstånden mellan mätpunkten och referensstationerna samt satelliternas azimuth och elevation kan sedan kovariansmatriser för respektive felkälla tas fram för signalfelen hos den virtuella referensstationen. En kovariansmatris för mättillfällena var femte minut under mätperioden räknas fram. Från dessa kovarianser samt satellitkonstellationens känslighet för fel fås koordinatfelens kovariansmatriser var femte minut (Emardson m fl, 2010). Ett medelvärde av femminutersperioderna beräknas sedan och dessa simulerade värden jämförs med de som beräknats från GNSS-mätningarna.

Ingångsdata i simuleringarna var noterade väderdata samt uppmätt jonosfärsaktivitet från Lantmäteriets jonosfärsmonitor för de specifika dagarna mätningarna genomfördes. Värdena från jonosfärsmonitorn är anpassade efter 70 km-nätet och skalas om för att passa 35 km-nätet.

4.3.3 Autokovariansfunktionen

Beräkningarna i avsnitt 4.3.1 beskriver osäkerheten i en enskild mätning inom tidsserien. För att kunna studera hur mätningarna är beroende av varandra inom tidsserien studerades autokovariansfunktionen. För att studera korrelationstiden för en mätserie, det vill säga tiden mellan två oberoende mätningar, användes den så kallade autokovariansfunktionen (Emery och Thompson, 2001). Autokovariansfunktionen bygger på det faktum att täthetsfunktionen i en stationär tidsserie med konstant medelvärde och varians bara är beroende av tidsskillnaden mellan två mätningar (τ) och inte den absoluta tiden för mätningarna (t). Detta kan användas för att uppskatta den tid som krävs mellan två mätningar för att de ska kunna anses vara oberoende av varandra. Autokovariansfunktionen C_{yy} definieras som

$$C_{yy}(\tau) \equiv E\{[y(t) - \mu][y(t + \tau) - \mu]\} \quad (4:9)$$

där μ är väntevärdet för alla mätningar. Ekvation (4:9) brukar skattas med (Emery och Thompson, 2001)

$$\hat{C}_{yy}(k) = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} [y_i - \bar{y}][y_{i+k} - \bar{y}] \text{ där } k = 0, 1, \dots, M \text{ och } M \ll n \quad (4:10)$$

där \bar{y} är medelvärdet av alla mätningar, $\tau = k\Delta t$ där k är antalet adderade tidsökningar (antalet adderade mätningar som autokovariansfunktionen bygger på) och Δt tidsavståndet mellan två på varandra följande mätningar. För den statistiska tillförlitligheten ska

antalet adderade tidsperioder, M , vara mycket mindre än det totala antalet mätningar n eftersom ett högre M ger ett minskat antal överbestämningar.

Ekvation (4:10) förutsätter kontinuerliga data med jämna tidsintervall Δt . På grund av oinitialiseringar vid monitorstationen är dock inte insamlad GNSS-data kontinuerlig utan glapp förekommer i tidsserien. När autokovariansfunktionen beräknas enligt ekvation (4:10) kontrolleras att mätning i och $i + k$ existerar. Om någon av dem inte existerar adderas inte de mätningarna till autokovariansfunktionen utan istället markeras ett glapp. Det totala antalet glapp räknas samman och subtraheras sedan från nämnaren och ekvation (4:10) blir då

$$\hat{C}_{yy}(k) = \frac{1}{n - k - \text{antal glapp}} \sum_{i=1}^{N-k} [y_i - \bar{y}] [y_{i+k} - \bar{y}] \quad (4:11)$$

där $k = 0, 1, \dots, M$ för existerande mätningar och $M \ll n$.

Standardosäkerheten av den skattade autokovariansfunktionen kan då beräknas när medelvärdet av mätningarna är känt, eller realistiskt skattat, och mätningarna har lika vikt (Teunissen och Amiri-Simkooei, 2008)

$$u_{\hat{C}_{yy}(k)} = \sqrt{\frac{\hat{C}_{yy}(0)^2}{a_k(n - k - \text{antal glapp})}}, a_0 = \frac{1}{2} \text{ och } a_k = 1 \text{ för } k \neq 0 \quad (4:12)$$

För att kunna göra en realistisk skattning av korrelationstiderna baserat på autokovariansfunktionen, definierad enligt ekvation (4:11) måste ett realistiskt värde på M bestämmas. M innebär antal adderade mätningar som autokovariansfunktionen baseras på där ett större M ger ett mindre antal överbestämningar och därmed en högre standardosäkerhet för autokovariansfunktionen enligt ekvation (4:12). Ett realistiskt antal adderade mätningar är baserat på att autokovariansfunktionen ska ha hunnit avta och stabilisera sig kring ett värde i närheten av 0 mm². Autokovariansfunktionen ska enbart baseras på korrelerade mätningar. Används ett för stort M -värde baseras skattningen på okorrelerade mätningar vilket inte ska användas för att skatta korrelationstider. För att kunna skatta korrekta M -värden, som varierar mellan olika koordinatkomponenter och mätförhållanden, plottas autokovariansfunktionen med ett förväntat för stort M -värde. Tidigare studier av korrelationstiden har skattat korrelationstider kring 30 minuter (Odolinski, 2010 a). Ett M -värde på 180 minuter, som är klart större än de förväntade korrelationstiderna baserat på tidigare studier valdes för att skatta korrekta M -värden. Ur plotten av denna autokovariansfunktion uppskattas sedan vilken tidsperiod (M) autokovariansfunktionen ska baseras på vid skattningen av korrelationstiderna. Samma M -värde skattas för de plana koordinaterna northing och easting och ett högre M -värde för

höjden. Riktvärdet för förhållandet mellan plan och höjd kan baseras på att standardosäkerheten i höjd är ungefär en och en halv gånger standardosäkerheten i plan. Detta förhållande mellan standardosäkerheten i plan och höjd visas av t ex Odolinski och Sunna (2009).

4.3.4 Gauss-Markov-process

Ett sätt att uppskatta korrelationstiden är att minsta kvadrat-anpassa en första ordningens Gauss-Markov-process till autokovariansfunktionen (Emardson m fl, 2009)

$$C_{yy}(\tau) = ae^{-\tau/\tau_c} \quad (4:13)$$

där a är amplituden och τ_c är korrelationstiden. Detta är ett bra sätt att studera korrelationens beroende från en enstaka felkälla eller flera olika felkällor med liknande korrelationstid. Vid GNSS-mätning påverkar en mängd felkällor (jonosfär, troposfär, flervägsfel mm) mätresultatet och de har olika korrelationstider. Odolinski (2011) föreslår därför en sammansatt första ordningens Gauss-Markov-process för att kunna ta hand om felkällor med olika lång korrelationstid

$$C_{yy}(\tau) = a_0 + a_1e^{-\tau/\tau_1} + a_2e^{-\tau/\tau_2} \quad (4:14)$$

a_1 och τ_1 förväntas då ta hand om antenneffekter och flervägsfel, som antas ha liknande korrelationstid, medan a_2 och τ_2 tar hand om felkällorna från atmosfären (jonosfär och troposfär) och a_0 de resterande felkällor som kan påverka mätningen. Felkällorna från atmosfären har den längsta korrelationstiden (Emardson m fl, 2009) och τ_2 är därför det som är mest intressant för att skatta korrelationstider i GNSS-mätningar.

Beräkning med Gauss-Markov-processer behandlas dock inte inom ramen för detta arbete.

4.3.5 Antal effektiva mätningar och korrelationstid

I detta arbete skattas korrelationstiden genom att beräkna antalet effektiva (okorrelerade) mätningar i en begränsad tidsserie. Tiden mellan dessa mätningar är den skattade korrelationstiden. Även denna metod bygger på autokovariansfunktionen definierad enligt ekvation (4:9)-(4:11). Kovariansmatrisen av autokovariansfunktionen ges då av (Persson, 2008)

$$Q_{ij} = C_{yy}(\tau_{ij}) = C_{yy}(|i - j|) \quad (i, j = 0, 1, \dots, n) \quad (4:15)$$

där τ_{ij} är tidsförskjutningen mellan mätning i och j .

Autokovariansmatrisen byggs då upp som

$$Q = \begin{bmatrix} C_{yy}(0) & C_{yy}(1) & \cdots & C_{yy}(n) \\ C_{yy}(1) & C_{yy}(0) & \cdots & C_{yy}(n-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{yy}(n) & C_{yy}(n-1) & \cdots & C_{yy}(0) \end{bmatrix} \quad (4:16)$$

Medelvärde av upprepade mätningar ges av ekvation (4:1) och medelvärdeets varians blir då (Persson, 2008)

$$\begin{aligned} u_{\bar{x}}^2 &= \frac{1}{n} [1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1] \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \cdots & Q_{1n} \\ Q_{21} & Q_{22} \cdots & Q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{n1} & Q_{n2} \cdots & Q_{nn} \end{bmatrix} \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{ij} \end{aligned} \quad (4:17)$$

Är mätserien okorrelerad är alla icke diagonalelement lika med 0 och i diagonalen finns mätningarnas varians. I detta specialfall förenklas uttrycket i ekvation (4:17) till (Persson, 2008)

$$u_{\bar{x}_0}^2 = \frac{1}{n^2} n u_x^2 = \frac{u_x^2}{n} \quad (4:18)$$

där u_x^2 är den enskilda mätningens varians. Detta uttryck ger ett alldeles för optimistiskt värde av mätosäkerheten om mätningarna är korrelerade eftersom närliggande mätningar har ett liknande fel (Odolinski, 2010 a). Istället kan antalet oberoende mätningar (n_*), som krävs för att medelvärdet ska få en liknande varians som en tidsserie av n korrelerade mätningar, skattas.

Sätts ekvation (4:17) och (4:18) lika med varandra kan det effektiva antalet oberoende mätningar (n_*) i tidsserien beräknas.

$$\frac{u_x^2}{n_*} = u_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{ij} \quad (4:19)$$

$$n_* = \frac{u_x^2}{u_{\bar{x}}^2} = \frac{u_x^2}{\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{ij}} = \frac{n^2 u_x^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{ij}} \quad (4:20)$$

Tiden mellan de effektiva mätningarna (Ω) kan sedan beräknas när tidsavståndet mellan mätningarna är känt

$$\Omega = \frac{n \Delta t}{n_*} \quad (4:21)$$

Detta ger en skattning av korrelationstiden, det vill säga den tid mellan två mätningar som krävs för att de ska anses vara oberoende. Omega (Ω) är dock inte helt jämförbart med τ_1 och τ_2 från anpassningen av Gauss-Markov-processen. Det effektiva antalet mätningar är beräknat direkt från autokovariansfunktionen medan

τ_1 och τ_2 är beräknad från en minsta kvadrat-anpassad modell. Ω antas ligga någonstans mellan τ_1 och τ_2 (Odolinski, 2011).

För att försöka få en uppfattning av variationen på korrelations-tiderna delades monitordata upp i dagar där ett Ω_i -värde för varje dag beräknades enligt ekvation (4:15)-(4:21). Då kan ett RMS för spridningen av de dagliga Ω_i runt det "sanna" Ω som är baserat på en månads data (Odolinski, 2011)

$$u_{\Omega} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^d \frac{(\Omega_i - \Omega)^2}{d}}{d}} \quad (4:22)$$

där $i = 1, 2, \dots, d$ och d är antalet dagar i månaden.

4.3.6 Verifiering av korrelationstider

För att verifiera de beräknade korrelationstiderna och försöka uppskatta om de är rimliga valdes ett antal mätningar ut med två olika strategier:

- **Metod ett:** Mätningar med ett jämnt kort tidsintervall (Δt) plockades ut från tidsserien för en mätsession om T minuters mätning. Här valdes $(\Delta t) = 10$ sekunder och $T = 5$ och 30 minuter. Under en tidsperiod av 5 minuter ger det 30 mätningar och under 30 minuter får vi 180 mätningar.
- **Metod två:** Lika många mätningar (30 och 180) plockades sedan ut, men nu avskilda med den framräknade korrelationstiden (Ω) från ekvation (4:21), istället för 10 sekunder.

Standardosäkerheten i de utvalda mätningarna beräknades för respektive metod liksom medelavvikelsen jämfört med det månatliga medelvärdet.

Fanns inte den utvalda mätningen på grund av tidsglapp ignorerades den och det använda antalet mätningar blev i praktiken något färre än 30 respektive 180 och därmed blev inte antalet mätningar exakt lika.

Tidsperioden 5 och 30 minuter valdes eftersom det skulle kunna vara en tänkbar mätperiod för en mätare i fält. Intervallet på 10 sekunder mellan mätningarna valdes för att få ner antalet mätningar som behöver plockas ut med korrelationstiden som avstånd.

5 Resultat

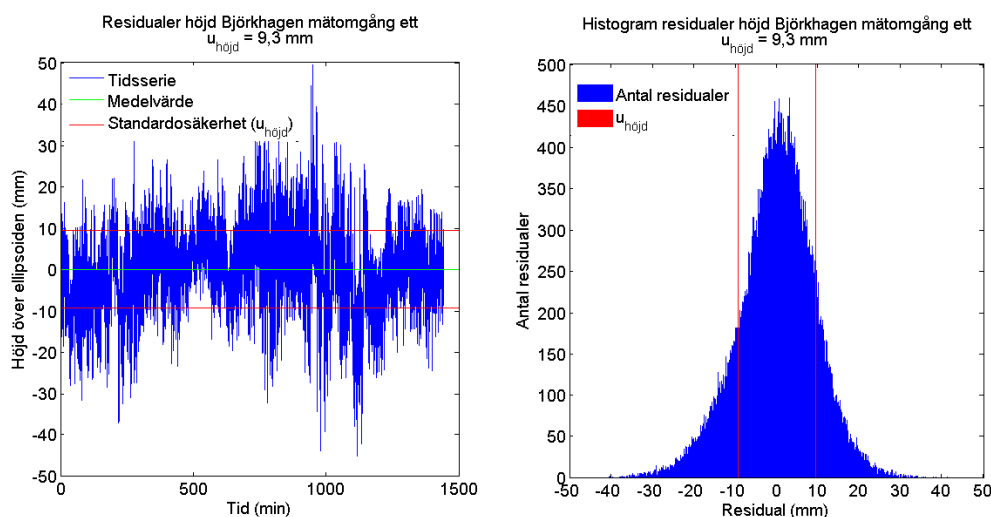
I avsnitt 5 redovisas resultaten från beräkningarna av mätdata. I avsnitt 5.1 redovisas fördelningen av mätningarna (normalfördelning för enskilda koordinater och χ^2 -fördelning för kombinationen av northing och easting). Avsnitt 5.2 redovisar grundläggande statistik från de statistiska mätningarna och monitorstationer samt simulerade värden. I avsnitt 5.4 redovisas autokovariansfunktionen och de skattade korrelationstiderna enligt metoden för effektiva mätningar. Slutligen verifieras korrelationstiderna i avsnitt 5.6

5.1 Statistisk fördelning av residualer

Enligt centrala gränsvärdessatsen är summan av flera stokastiska variabler ungefärligt normal-fördelad. Empiriska studier har visat att detta bör vara tillämpligt även på GNSS-mätningar uppdelat per koordinat (Persson, 2008).

5.1.1 Statistisk fördelning av residualer för mätningar i Uppland

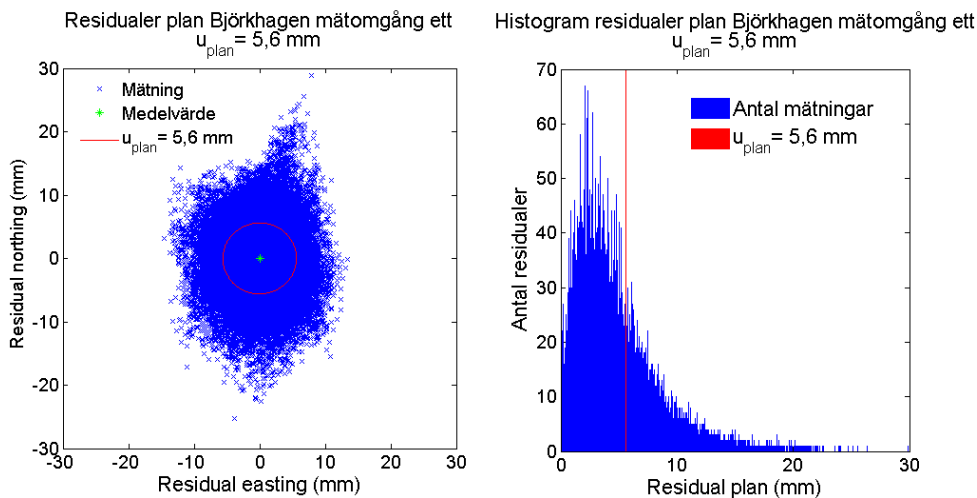
Figur 7 visar spridningen av residualerna för en dags höjdmätning vid Björkhagen, mätomgång ett (övriga punkter vid mätomgång ett finns i Bilaga 2). Till vänster visas mätningarnas residualer över tiden. Mätningarnas vandring uppåt och nedåt över tiden tyder på att korrelation förekommer. Genom att titta på histogrammet till höger ser vi visuellt att mätningarna verkar vara approximativt normalfördelade.



Figur 7: Residualer mot mätningarnas medelvärde i höjd för Björkhagen mätomgång ett. Plot av tidsserien till vänster och histogram med fördelningen av residualer till höger. $u_{höjd} = 9,3$ mm (röd linje).

Figur 8 visar spridningen av mätningarna i plan (beräknade enligt ekvation (4:6)) för Björkhagen mätomgång ett samt ett histogram med fördelningen av residualerna. Den röda cirkeln i plotten av mätningarna har radien lika med standardosäkerheten, och de röda strecken i histogrammet markerar standardosäkerheten i plan.

Residualer i plan följer teoretiskt χ^2 -fördelningen (Persson, 2008). Studeras histogrammet till höger i Figur 8 ser vi en ungefärlig χ^2 -fördelning av residualerna.



Figur 8: Residualer mot mätningarnas medelvärde i plan för Björkhagen mätomgång ett. Plot av residualernas position till vänster och histogram med fördelningen av residualer till höger. $u_{plan} = 5,6$ mm (röd linje).

Tabell 6 visar procentuella fördelningen av antalet mätningar inom en, två och tre gånger standard-osäkerheten (u) i höjdmätningarna vid första mätomgången. Dessa mätningar utfördes dagarna efter varandra och under lite olika väderförutsättningar (se Bilaga 1). Fördelningen av mätningar är dock liknande för alla tre punkter. Standardosäkerheten (u) för höjdvärdena är baserat på samtliga mätningar mätta med fixlösning. Tabellen visar också antalet mätningar per punkt.

Normalfördelade data har en konfidensnivå på ca 68,3% för $1u$. Det innebär att 68,3% av mätningarna förväntas ha en lägre osäkerhet än $1u$ vid normalfördelade data. Motsvarande konfidensnivå för $2u$ och $3u$ är 95,5% respektive 99,3% (Persson, 2008).

I Tabell 6 ser vi att ca 70% av mätningarna har residualer $< 1u$, ca 95% av mätningarna $< 2u$ och ca 99,3% av mätningarna $< 3u$. De statistiska mätningarnas höjdvärden kan därmed anses vara åtminstone nära approximativt normalfördelade. De plana mätningarna uppdelat per koordinat följer samma mönster och redovisas i Bilaga 2.

Tabell 6: Fördelning av de n antal höjdmätningarnas residualer vid mätomgång ett där mätningarna skedde dagarna efter varandra för respektive punkt. Standardosäkerhet $u_{höjd}$ och procent av antalet mätningar med residualer < en, två och tre gånger $u_{höjd}$. Samtliga fixlösningar har använts vid beräkningen.

Mätomgång ett	n	$u_{höjd}$ (mm)	Procent < $3u_{höjd}$	Procent < $2u_{höjd}$	Procent < $u_{höjd}$
Hällby	86151	5,9	99,51	95,22	70,07
Hårby	63552	8,8	99,17	94,99	71,77
Björkhagen	86355	9,3	99,27	94,82	71,11

I Tabell 7 redovisas motsvarande värden för mätningarna under mätomgång två. Dessa mätningar skedde samtidigt på alla punkter och därmed under liknande vädermässiga förhållanden.

Tabell 7: Fördelning av de n antal höjdmätningarnas residualer vid mätomgång två där mätningarna skedde samtidigt på respektive punkt och mätomgång. Procent av antalet mätningar med residualer < en, två och tre gånger $u_{höjd}$. Samtliga fixlösningar har använts vid beräkningen.

Mätomgång två	n	$u_{höjd}$ (mm)	Procent < $3u_{höjd}$	Procent < $2u_{höjd}$	Procent < $u_{höjd}$
Hällby	46299	6,5	99,47	95,41	69,56
Hårby	46453	8,6	99,35	95,09	70,17
Björkhagen	80188	9,0	99,11	94,61	71,93

Det kan noteras att mätomgång tre vid Hårby och Hällby har en högre andel mätningar med residualer < $1u$ och avviker lite från den förväntade normalfördelningen (Tabell 8). Dessutom har omgång tre något högre standardosäkerheter vilket tyder på osäkrare mätförhållanden vid omgång tre.

Tabell 8: Fördelning av de n antal höjdmätningarnas residualer vid mätomgång tre där mätningarna skedde samtidigt på respektive punkt och mätomgång. Procent av antalet mätningar med residualer < en, två och tre gånger $u_{höjd}$. Samtliga fixlösningar har använts vid beräkningen.

Mätomgång tre	n	$u_{höjd}$ (mm)	Procent < $3u_{höjd}$	Procent < $2u_{höjd}$	Procent < $u_{höjd}$
Hällby	96312	7,9	99,59	95,99	69,64
Hårby	73156	12,1	99,71	96,78	77,17
Björkhagen	90079	15,4	99,14	97,20	83,36

Det kan också noteras att tappad kontakt med SWEPOS skapade avbrott i mätningarna vid några mättillfällen och därför varierar antalet mätningar mellan olika mätomgångar.

5.1.2 Statistisk fördelning av residualer för monitordata

I Tabell 9 visas motsvarande värden för beräkningar från samtliga mätningar med fixlösning vid monitorstationen för ett urval av olika tidsperioder. Studerar vi hela månader ser vi att procentalen av residualerna för mätningarna inte följer de förväntade från normalfördelade data. För en månads mätning har över 80 procent av mätningarna residualer under standardosäkerheten. Studerar vi istället perioden 1-10 januari och de tre redovisade dygnsperioderna följer de normalfördelningen bättre och har en lägre standardosäkerhet vilket tyder på att mätningarna under dessa perioder har skett i stort sett problemfritt. Det kan därför antas att mätningar med stora residualer förekommer under en begränsad tidsperiod där någon form av störning (t ex mer påverkan från jonosfären och/eller troposfären) har skett under kortare perioder av månaderna. I Figur 9 visas residualerna för januari månads höjdmätningar. Där kan vi se att det förekommer stora residualer runt 25 januari. När mätningarna flyter på utan problem följer de den förväntade normalfördelningen.

Tabell 9: Fördelning av de n antal höjdmätningarnas residualer från monitorstationen uppdelat på dag ett och dag ett till tio i varje månad samt hela månaden. Procent av antalet mätningar med residualer < en, två och tre gånger $u_{höjd}$. Samtliga fixlösningar har använts vid beräkningen.

Datum	n	$u_{höjd}$ (mm)	Procent < $3u_{höjd}$	Procent < $2u_{höjd}$	Procent < $u_{höjd}$
1 jan	76318	16,9	99,48	95,45	70,03
1 feb	78153	17,9	99,59	96,22	68,08
1 mars	77466	19,4	99,47	94,31	70,93
1-10 jan	735259	19,3	99,50	95,18	70,24
1-10 feb	719905	25,8	99,83	98,75	83,97
1-10 mars	737646	22,8	99,76	97,47	75,59
Januari	2261093	24,3	99,79	98,49	81,47
Februari	1972565	28,0	99,88	99,16	86,03
Mars	2174587	26,8	99,87	98,74	81,92

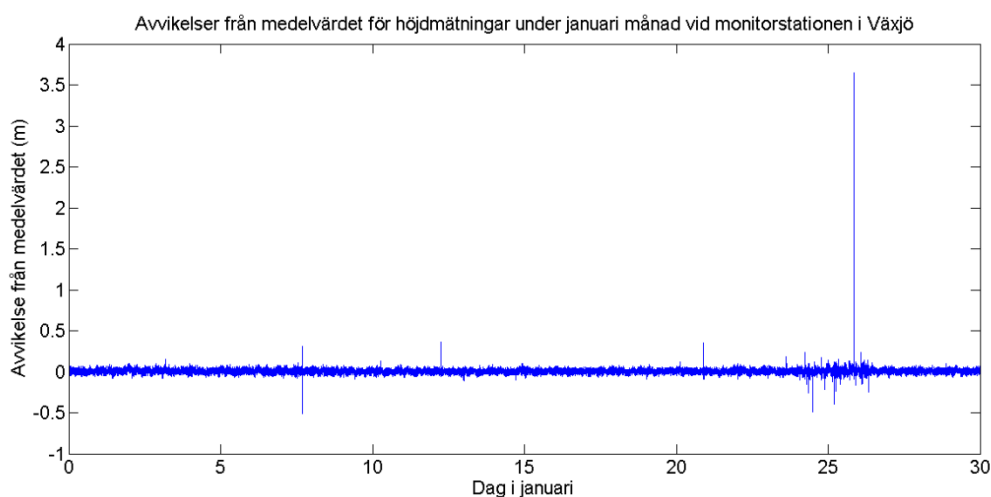
Liknande tabeller för de plana koordinaterna finns i Bilaga 2. Där kan vi se att de värdena också varierar en del beroende på vilken tidsperiod som studeras.

Vid mätningarna i Uppland hade mätomgång ett och två inte några mätningar som behövde förkastas på grund av stora residualer. Vid mätomgång tre, där vi sett att standardosäkerheten är högre än vid mätomgång ett och två, fick däremot ett antal mätningar förkastas (Tabell 10). Mätning närmare referensstationen ledde till att ett mindre antal mätningar förkastades än vid mätning längre bort från referensstationen.

Tabell 10: Antal mätningar med residualer > 10 cm i plan och/eller 15 cm i höjd för mätomgång tre. Dessa mätningar anses felaktiga och har förkastats. Vid mätomgång ett och två var inga mätningar med så stora residualer att de förkastades.

Mätomgång tre	n	Antal förkastade mätningar
Hällby	96312	1 (0,001%)
Hårby	73156	44 (0,060%)
Björkhagen	90079	148 (0,164%)

Figur 9 visar en plot av januari månads höjdmätningar från monitorstationen i Växjö. Under ett fåtal dagar förekommer mätningar med stora residualer. Främst sker detta kring 25 januari och dessa mätningar kan inte anses ha korrekt fixlösning.



Figur 9: Residualer under januari månad för höjdmätningar vid monitorstationen i Växjö. Ett fåtal mätningar har stora avvikelser jämför med övriga mätningar beroende på felaktig fixlösning.

Tabell 11 visar antalet mätningar som hade residualer större än 10 cm i plan och/eller 15 cm i höjd per månad vid monitorstationen. Dessa förkastades innan vidare beräkning av statistiska värden.

Tabell 11: Antal mätningar med residualer > 10 cm i plan och/eller 15 cm i höjd.

Månad	n	Antal förkastade mätningar
Januari	2261093	348 (0,015%)
Februari	1972565	509 (0,026%)
Mars	2174587	308 (0,014%)

5.2 Grundläggande statistik för mätningar i Uppland

Tabell 12 redovisar medelavvikelsen mot de kända koordinaterna för mätomgång ett. Avvikelsen följer inget avståndsberoende samband där ett längre avstånd till närmaste referensstation förväntas ge en högre avvikelse. Ca 3 mm avvikelse i plan för både Björkhagen och Hällby och ca 11 mm avvikelse för den mellersta punkten Hårby. I höjd är det tvärtom där Hårby har lägst medelavvikelse av de tre punkterna. Spridningen kring de kända koordinaterna (RMS) följer samma mönster och redovisas endast i Bilaga 3.

Tabell 12: Medelavvikelse $\bar{\epsilon}$ för mätomgång ett med mätning dagarna efter varandra, för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden. Dessutom riktning på avvikelsen i plan där 0° är norr.

Mätomgång ett	Avstånd till närmaste referensstation (km)	n	$\bar{\epsilon}_N$ (mm)	$\bar{\epsilon}_E$ (mm)	$\bar{\epsilon}_{plan}$ (mm) (riktning (°))	$\bar{\epsilon}_{höjd}$ (mm)
Hällby	0,05	86150	2,0	-2,2	2,9 (312)	-13,6
Hårby	8,8	63552	10,8	2,1	11,0 (11)	-9,2
Björkhagen	15,8	86355	-2,3	1,5	2,8 (147)	-16,2

För övriga mätomgångar finns också en avvikelse i någon form men inte helt liknande omgång ett (Bilaga 3). Planavvikelsen är i delvis andra riktningar och avvikelserna varierar några mm. Alla höjdmätningar är dock klart lägre än de kända höjderna.

Denna oregelbundna avvikelse kan bero på t ex uppställningsrelaterade fel (horisonteringsfel, centreringsfel och fel i mätning av antennhöjd) och osäkerhet i de kända koordinaterna. Dessa fel bör dock inte påverka mer än någon enstaka mm så det är troligt att det finns fler orsaker som ger den ibland förhållandevis stora avvikelsen. Även kända koordinater har dock en viss "inbyggd" osäkerhet. Det finns inte några punkter med helt felfria koordinater. De kända koordinaterna har mätts in med en viss osäkerhet som kan variera beroende på vilken metod som använts för att bestämma punkternas koordinater.

För att utesluta dessa felkällor, som egentligen inte har med själva GNSS-mätningarna att göra, redovisas endast standardosäkerheten (u), beräknad enligt ekvation (4:3), som kvalitetsmått på mätningarna. Någon vidare analys vad avvikelserna kan bero på har inte gjorts inom ramen för detta arbete.

I Tabell 13 redovisas standardosäkerheten för mätningarna i mätomgång ett, där mätningarna skedde dagarna efter varandra.

Tabell 13: Standardosäkerhet (u) för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden för mätomgång ett där mätning skedde dagarna efter varandra.

Mätomgång ett	Avstånd till närmaste referensstation (km)	n	u_N (mm)	u_E (mm)	u_{plan} (mm)	$u_{höjd}$ (mm)
Hällby	0,05	86151	2,9	2,0	3,5	5,9
Hårby	8,8	63552	4,7	2,9	5,5	8,8
Björkhagen	15,8	86355	4,5	3,3	5,6	9,3

I Tabell 14 redovisas standardosäkerheten för mätningarna i mätomgång två där parallella mätningar skedde på alla punkter samtidigt. Standardosäkerheten är ungefär i nivå med mätomgång ett.

Tabell 14: Standardosäkerhet (u) för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden för mätomgång två där mätningar skedde parallellt på alla punkter.

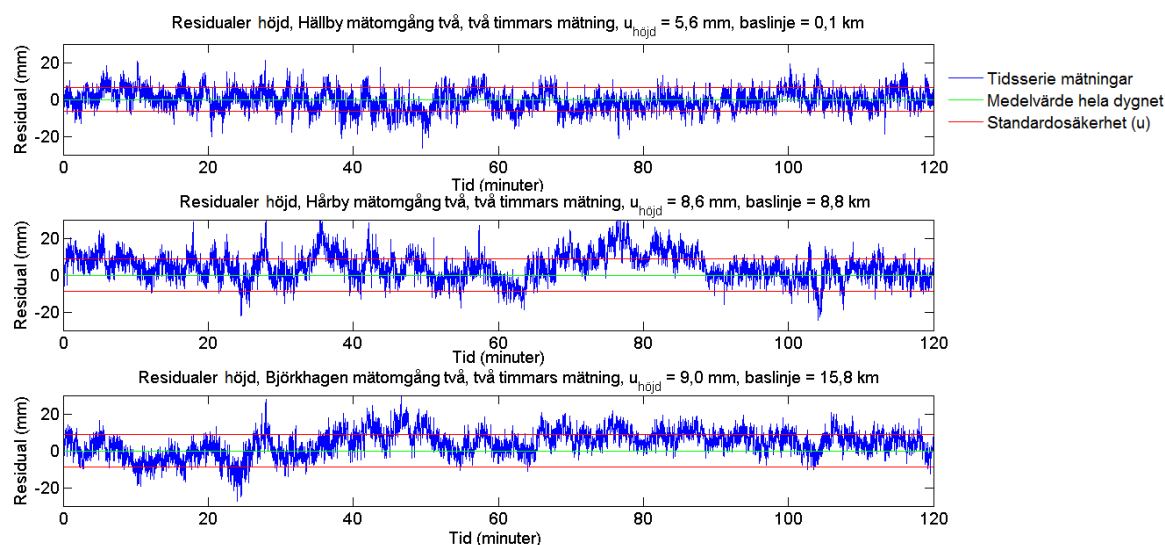
Mätomgång två	Avstånd till närmaste referensstation (km)	n	u_N (mm)	u_E (mm)	u_{plan} (mm)	$u_{höjd}$ (mm)
Hällby	0,05	46299	3,2	2,3	3,9	6,5
Hårby	8,8	46453	4,8	3,2	5,8	8,6
Björkhagen	15,8	80188	4,1	2,8	5,0	9,0

Tabell 15 redovisar standardosäkerheten för mätomgång tre. Liksom vid omgång två skedde parallella mätningar på alla punkter samtidigt.

Tabell 15: Standardosäkerhet (u) för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden för mätomgång tre där mätning skedde parallellt på alla punkter.

Mätomgång tre	Avstånd till närmaste referensstation (km)	n	u_N (mm)	u_E (mm)	u_{plan} (mm)	$u_{höjd}$ (mm)
Hällby	0,05	96311	3,2	2,4	4,0	7,9
Hårby	8,8	73112	6,1	4,1	7,3	10,9
Björkhagen	15,8	89931	6,0	4,8	7,7	12,5

Figur 10 visar ett utdrag av två timmars höjdmätning från omgång två för samtliga tre punkter. Residualernas avvikelser mot medelvärdet för hela omgången visas och rent visuellt ser vi att mätningarna vid Hällby ligger närmare medelvärdet och pendlar än de övriga två punkterna. Skillnad i residualernas avvikelser för Hårby och Björkhagen är svårare att urskilja rent visuellt men det är bara 0,4 mm som skiljer mellan dessa två punkters standardosäkerhet vid mätomgång två.



Figur 10: Två timmars mätdata (residualer) för höjdkomponenten från mätomgång två. Hällby överst, Hårby i mitten och Björkhagen längst ner.

5.2.1 Simulerad mätosäkerhet statistiska mätningar i Uppland

Resultaten från Per Jarlemarks simuleringar av mätomgång ett kan ses i Tabell 16. Påverkan från jonosfären och troposfären var lite högre vid mätning längre från referensstationen. Detta är de teoretiska RMS-värden som förväntas för mätning vid en given tidpunkt, baserat på punkternas avstånd till omkringliggande referensstationer samt faktiska väder och jonosfärdata, enligt

beräkningsprogrammet som användes i Close-rapporten. Vid mätningen vid Hällby var det högst jonosfärsaktivitet och det motverkade lite vinsten med nära avstånd till referensstationen (Jarlemark, 2014). Det kan också noteras att dessa värden ligger några mm högre än standardosäkerheten för mätningarna men lägre än de teoretiska värdena från Close-rapporten (9,2 mm och 19,7 mm för plan respektive höjd).

Tabell 16: Simulerade RMS-värden för olika felkällor baserat på Per Jarlemarks program, som användes för Close-rapportens simuleringar. Simuleringarna är gjorda för samma tidpunkt som mätningarna i mätomgång ett, baserat på uppmätt jonosfärsaktivitet samt lokala väderförutsättningar.

Felkälla	Hällby (RMS) (mm)		Hårby (RMS) (mm)		Björkhagen (RMS) (mm)	
	Plan	Höjd	Plan	Höjd	Plan	Höjd
Jonosfär	5,1	7,7	5,3	8,0	7,0	10,6
Troposfär	0,8	2,9	2,0	5,6	2,0	6,2
Lokala Effekter	3,1	4,9	3,0	4,7	3,0	4,6
Totalt	6,0	9,5	6,5	10,8	7,9	13,1

Resultat från Per Jarlemarks simuleringar av mätomgång två visas i Tabell 17. Mätningarna skedde samtidigt och därmed under liknande vädermässiga förutsättningar. Den högre temperaturen vid dessa mätningar ger ett ökat felbidrag från troposfären jämfört med mätomgång ett, eftersom luften då innehåller en ökad andel vattenånga (Jarlemark, 2014). Jonosfärsaktiviteten är dock något lägre än vid mätomgång ett vilket resulterar i liknande mätosäkerhetsvärden.

Tabell 17: Simulerade RMS-värden för olika felkällor baserat på Per Jarlemarks program, som användes för Close-rapportens simuleringar. Simuleringarna är gjorda för samma tidpunkt som mätningarna i mätomgång två, baserat på uppmätt jonosfärsaktivitet samt lokala väderförutsättningar.

Felkälla	Hällby (RMS) (mm)		Hårby (RMS) (mm)		Björkhagen (RMS) (mm)	
	Plan	Höjd	Plan	Höjd	Plan	Höjd
Jonosfär	2,4	3,6	3,7	5,5	4,0	6,0
Troposfär	1,4	5,2	3,7	10,1	3,6	11,1
Lokala Effekter	3,2	4,9	3,1	4,7	3,0	4,7
Totalt	4,2	7,9	6,0	12,4	6,2	13,5

Precis som i mätomgång två gäller det ökade bidraget från troposfären, jämfört med omgång ett, även mätomgång tre (Tabell 18). Högre jonosfärsaktivitet under denna omgång bidrar till de högre RMS-värdena jämfört med tidigare mätomgångar. Högre standardosäkerhet i mätomgång tre var också fallet vid beräkningar av standardosäkerheten baserat på mätvärdena.

Tabell 18: Simulerade RMS-värden för olika felkällor baserat på Per Jarlemarks program, som användes för Close-rapportens simuleringar. Simuleringarna är gjorda för samma tidpunkt som mätningarna i mätomgång tre, baserat på uppmätt jonosfärsaktivitet samt lokala väderförutsättningar.

Felkälla	Hällby (RMS) (mm)		Hårby (RMS) (mm)		Björkhagen (RMS) (mm)	
	Plan	Höjd	Plan	Höjd	Plan	Höjd
Jonosfär	5,5	8,4	8,4	13,0	9,2	14,1
Troposfär	1,4	5,2	3,7	10,1	3,7	11,2
Lokala Effekter	3,2	4,9	3,1	4,7	3,0	4,6
Totalt	6,5	11,0	9,7	17,1	10,3	18,6

5.3 Grundläggande statistik för monitordata

Vid monitorstationen i Växjö existerar inte de uppställningsrelaterade felen som fanns vid mätningarna i Uppland eftersom antennen sitter monterad på samma plats hela tiden. Vi ser i Tabell 19 att skillnaderna i avvikelserna inte är så stor mellan olika månader. Däremot är det fortfarande en ganska stor avvikelse mellan de mätta och de kända koordinaterna i framförallt höjd (ca -24 mm). Även här används standardosäkerheten för jämförelse med andra metoders resultat. Medelavvikelse och RMS visas i Bilaga 4.

Tabell 19: Medelavvikelse $\bar{\epsilon}$ för monitorstationen baserat på en månads data för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden. Dessutom riktning på avvikelsen i plan där 0° är norr.

Månad	n	$\bar{\epsilon}_N$ (mm)	$\bar{\epsilon}_E$ (mm)	$\bar{\epsilon}_{plan}$ (mm) (riktning (°))	$\bar{\epsilon}_{höjd}$ (mm)
Januari	2261093	-3,3	-5,1	6,2 (237)	-23,8
Februari	1972565	-2,5	-3,8	4,6 (237)	-24,2
Mars	2158075	-3,3	-4,9	5,9 (236)	-22,9

Tabell 20 redovisar standardosäkerheten i mätningarna för den första dagen i varje månad. Standardosäkerheten i plan är ca 11 mm. Standardosäkerheten i höjd är ca 17-19 mm. Vi kan också notera att standardosäkerheten från monitorstationen är högre än motsvarande värden från mätningarna vid Björkhagen som har ett liknande avstånd till närmaste referensstation.

Tabell 20: Standardosäkerhet (u) för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden.

Baserat på första dagen i varje månad från monitorstationen i Växjö.

Datum	n	u_N (mm)	u_E (mm)	u_{plan} (mm)	$u_{höjd}$ (mm)
1 januari	76314	9,3	6,6	11,4	16,9
1 februari	78153	8,9	6,7	11,1	17,9
1 mars	77448	9,1	7,1	11,6	19,2

Tabell 21 redovisar standardosäkerhet från Växjömonitorn baserat på 30 (27 för februari) dagars data. Oavsett månad erhålls standardosäkerhetsvärden av samma storlek, ca 11-12 mm i plan och 19-21 mm i höjd. Antennen sitter monterad på exakt samma plats utan inverkan av eventuella uppställningsrelaterad fel och borde därmed ge liknande resultat.

Tabell 21: Standardosäkerhet (u) för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden.

Baserat på en månads data från monitorstationen i Växjö.

Månad	Avstånd till närmaste referensstation (km)	n	u_N (mm)	u_E (mm)	u_{plan} (mm)	$u_{höjd}$ (mm)
1-30 januari	15,5	2260745	8,9	7,0	11,3	19,1
1-27 februari	15,5	1972056	9,1	7,1	11,5	19,5
1-30 mars	15,5	2174279	9,3	7,3	11,8	20,7

Tiodagarsperioder har också studerats men gav liknande resultat när mätningar med stora residualer tagits bort, se Bilaga 4.

5.3.1 Repeterbarhet monitordata

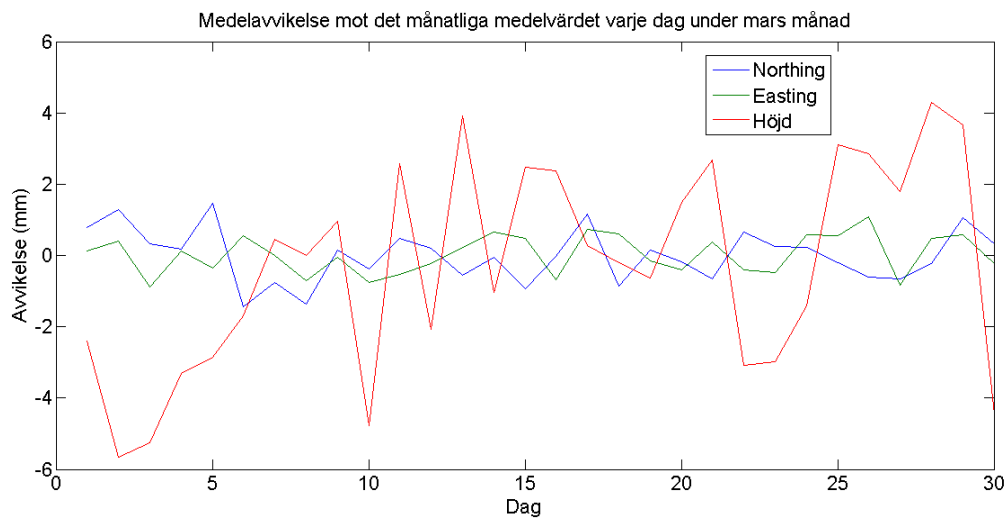
I Tabell 22 visas spridningen av medelavvikelsen mot det månatliga medelvärdet ($\bar{\epsilon}_x$) för varje dag under en månad för respektive koordinat (northing, easting och höjd över ellipsoiden) baserat på data från monitorstationen i Växjö. Variationerna för northing och easting är liten med en standardosäkerhet på ca 1 mm. Höjd-komponenten varierar lite mer och det skiljer ca 9 mm mellan dagen

med den största och dagen med den minsta avvikelser. Standardosäkerheten för spridningen av dygnsvärdena kring månadsvärdet var ungefär 2-3 mm.

Tabell 22: Standardosäkerhet för medelavvikelsen per dag mot det månatliga medelvärdet uppdelat per månad.

Månad	N (mm)	E (mm)	Höjd (mm)
Januari	1,1	0,9	2,1
Februari	0,7	1,0	1,8
Mars	0,7	0,6	2,9

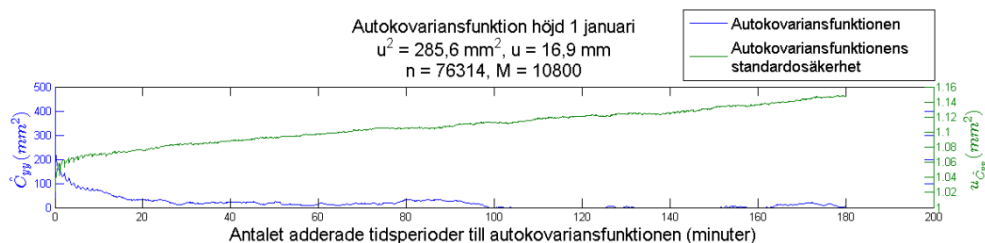
I Figur 11 visas en plot av spridningen för mars månad. Värdena varierar en del i höjd från dag till dag. Plot för januari och februari visas i Bilaga 4.



Figur 11: Medelavvikelse mot det månatliga medelvärdet beräknat för varje dag under mars månad för northing, easting och höjd över ellipsoiden.

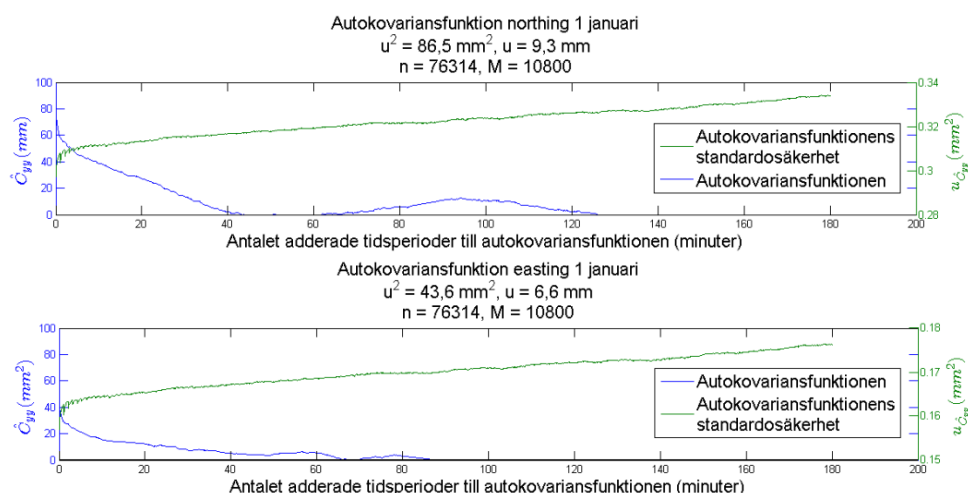
5.4 Autokovariansfunktionen

I Figur 12 visas autokovariansfunktionen för höjdkomponenten (blå) och dess standardosäkerhet (grön) baserat på monitordata från den 1 januari med tre timmars adderade tidsökningar ($M = 10800$ s). Studeras funktionen har den avtagit och närmast sig 0 mm^2 efter ca 30 minuter (1800 s). Standardosäkerheten ökar med ett ökat M och det beror på att antalet överbestämningar då minskar. I Bilaga 5 redovisas autokovariansfunktionen även för 1 februari och 1 mars som har ett liknande utseende som 1 januari.



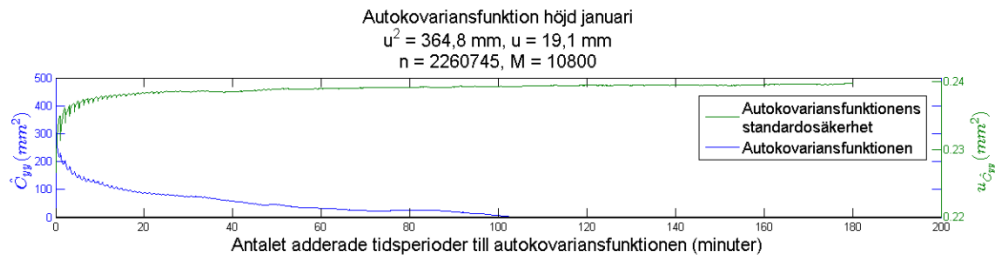
Figur 12: Autokovariansfunktionen \hat{C}_{yy} (blå) för höjdkomponenten och dess standardosäkerhet $u_{\hat{C}_{yy}}$ (grön) för 1 januari. $u^2 =$ mätningarnas varians, $u =$ mätningarnas standardosäkerhet, $n =$ antalet mätningar och $M =$ antalet adderade tidsperioder.

Studerar vi funktionen för de plana komponenterna northing och easting för 1 januari i Figur 13 ser vi att easting har avtagit efter ca 20 minuter. Northing är betydligt mer svårtolkad då den avtar ganska konstant tills den når under 0 mm² efter ca 40 minuter. Förhållandet höjd = en och en halv gånger plan ger ett M-värde på 1200 sekunder (20 minuter) för de plana koordinaterna vilket stämmer bra med autokovariansfunktionens avtagande för easting. För både northing och easting bör samma M-värden användas. $M = 1200$ sattes för att beräkna autokovariansfunktionen för skattning av korrelationstiden för både northing och easting baserad på ett dygns data.



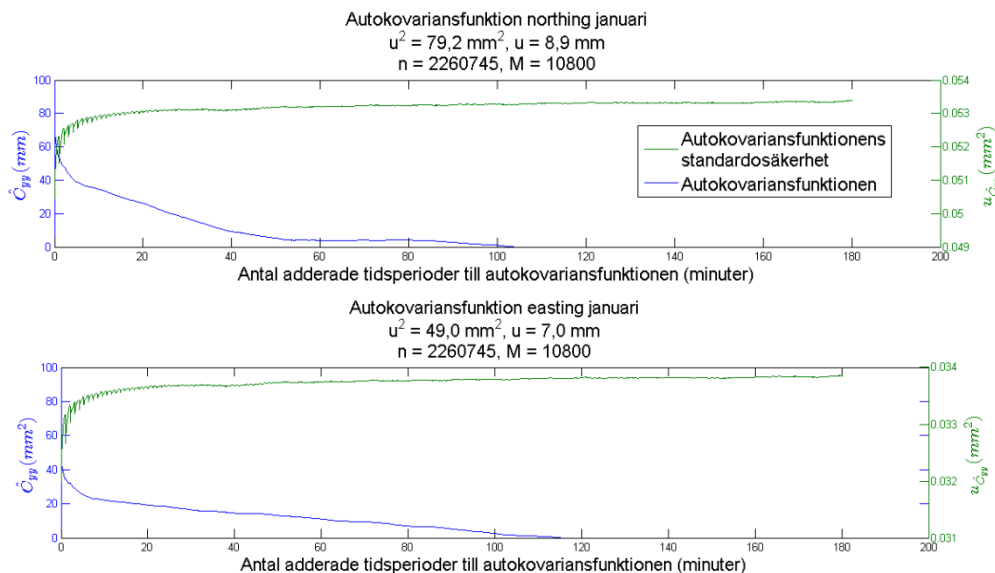
Figur 13: Autokovariansfunktionen \hat{C}_{yy} (blå) för northing (överst) och easting samt dess respektive standardosäkerhet $u_{\hat{C}_{yy}}$ (grön) för 1 januari. $u^2 =$ mätningarnas varians, $u =$ mätningarnas standardosäkerhet, $n =$ antalet mätningar och $M =$ antalet adderade tidsperioder.

I Figur 14 visas en plot av autokovariansfunktionen för höjdkomponenten baserad på monitordata för januari månad (blå) och dess standardosäkerhet (grön). Som M-värde valdes 10800 sekunders mätning (tre timmar). Ett realistiskt M-värde för höjdkomponenten baserat på en månads data är ca 80-90 minuter. Då har autokovariansfunktionen stabiliserats och närmast sig 0 mm². Plottar för februari och mars visas i Bilaga 5 och de har ett liknande utseende som januari.



Figur 14: Autokovariansfunktionen \hat{C}_{yy} (blå) för höjd för januari månad och dess standardosäkerhet $u_{\hat{C}_{yy}}$ (grön). $u^2 =$ mätningarnas varians, $u =$ mätningarnas standardosäkerhet, $n =$ antalet mätningar och $M =$ antalet adderade tidsperioder.

I Figur 15 visas autokovariansfunktionen för northing och easting baserad på januari månad. Northingkomponenten har stabiliserats nära 0 mm² efter ca 60 minuter vilket också stämmer bra med förhållandet att värdena i höjd är ungefär en och en halv gånger de i plan. Eastingkomponenten avtar mer linjärt men samma M-värde (60 minuter = 3600 s) används för både northing och easting.



Figur 15: Autokovariansfunktionen \hat{C}_{yy} (blå) för northing (överst) och easting för januari månad och dess standardosäkerhet (grön) $u_{\hat{C}_{yy}}$. $u^2 =$ mätningarnas varians, $u =$ mätningarnas standardosäkerhet, $n =$ antalet mätningar och $M =$ antalet adderade tidsperioder.

Standardosäkerheten för autokovariansfunktionen (ekvation (4:12)) utan adderade mätningar, med en adderad mätning samt med M adderade mätningar för en dag och hela månader redovisas i Tabell 23. Standardosäkerheten för autokovariansfunktionen baserat på en månads data är betydligt lägre än standardosäkerheten för funktionen baserat på en dag. Det beror på att antalet överbestämningar är betydligt fler med en månads data och att glappen i tidsserien då inte har lika stor inverkan på den statistiska tillförlitligheten vid beräkandet av den skattade autokovarians-

funktionen. Autokovariansfunktionen för en månad används därför för skattning av korrelationstiden.

Tabell 23: Antalet mätningar (n), antalet adderade tidsperioder (M) och standardosäkerheten för autokovariansfunktionen $u_{\hat{c}_{yy}(k)}$ för $k = 0, 1$ och M adderade tidsökningar för plan- och höjdkomponenten baserat på monitordata för första dagen i varje månad samt hela månaden.

Punkt	n	M plan höjd	$u_{\hat{c}_{yy}(0)}$ (mm ²)		$u_{\hat{c}_{yy}(1)}$ (mm ²)		$u_{\hat{c}_{yy}(M)}$ (mm ²)	
			plan	höjd	plan	höjd	plan	höjd
1 jan	75886	1200 1800	0,10	1,81	0,22	1,00	0,28	1,08
1 feb	77593	1200 1800	0,09	2,27	0,22	1,11	0,23	1,18
1 mars	76764	1200 1800	0,10	2,86	0,23	1,25	0,24	1,33
1-30 jan	2261093	3600 5400	0,003	0,086	0,04	0,22	0,05	0,24
1-27 feb	1972565	3600 5400	0,003	0,10	0,04	0,25	0,05	0,27
1-30 mars	2174587	3600 5400	0,004	0,12	0,05	0,27	0,05	0,29

5.5 Antalet effektiva mätningar, korrelationstider och dess standardosäkerhet

Baserat på autokovariansfunktionen, beräknad med de M-värden som har beskrivits ovan, beräknades standardosäkerheten för medeltalet av mätningarna både med och utan hänsyn till korrelationer. Detta gjordes som roten ur de varianser som räknats fram med ekvation (4:17) respektive (4:18) för en dag samt hela månaden. Dessa värden redovisas för respektive koordinat i Tabell 24 och i Tabell 25.

Det kan noteras att om ingen hänsyn tas till korrelationer blir standardosäkerheten i medelvärdet väldigt lågt med ett så stort antal mätningar. Är mätningarna korrelerade, och därmed påverkade av likartade fel, ges ingen realistisk skattning av standardosäkerheten om samtliga mätningar används. Beräknas istället standardosäkerheten i medelvärdet med hänsyn till korrelationer får vi ett betydligt högre, men mer realistiskt värde på standardosäkerheten i

medelvärdet. Värdena i Tabell 24 visar att standardosäkerheten i medelvärdet i den här studiens beräkningar underskattas med ungefär en faktor 26 om ingen hänsyn till korrelationer tas baserat på en dags mätning.

Tabell 24: Standardosäkerhet för de enskilda mätningarna (u_x), för medelvärdet utan hänsyn till korrelationer ($u_{\bar{x}_0}$) och med hänsyn till korrelationer ($u_{\bar{x}}$) samt hur mycket standardosäkerheten i medelvärdet därmed underskattas. Baserat på den första dagen i varje månad.

	M plan	M höjd	u_x enskild mätning (mm)			$u_{\bar{x}_0}$ (mm)			$u_{\bar{x}}$ (mm)			Underskattning ($u_{\bar{x}}/u_{\bar{x}_0}$)		
			N	E	höjd	N	E	höjd	N	E	höjd	N	E	höjd
1 jan	1200	1800	9,3	6,6	16,9	0,26	0,19	0,39	6,78	4,60	8,82	26	24	23
1 feb	1200	1800	8,9	6,7	17,9	0,25	0,19	0,41	6,44	5,22	11,40	26	27	28
1 mars	1200	1800	9,1	7,1	19,2	0,25	0,20	0,44	6,28	5,18	11,93	25	26	27

Baserat på en månads data sänks osäkerheten i det korrelerade medelvärdet ($u_{\bar{x}_0}$) ytterligare. Osäkerheten för det okorrelerade medelvärdet ($u_{\bar{x}}$) sänks också men inte lika mycket procentuellt sett och underskattningen blir därmed ännu större baserat på en månads data (ca 37 gånger). Det kan också noteras att standardosäkerheten i en enskild mätning i plan inte är så många mm högre än standardosäkerheten i medelvärdet från en dags mätning. Inte ens en månads mätningar ger någon extrem förbättring av standardosäkerheten i plan i jämförelse med en enskild mätning så länge hänsyn tas till korrelationerna. I höjd är däremot skillnaden lite större.

Tabell 25: Standardosäkerhet i de enskilda mätningarna och i medelvärdet utan ($u_{\bar{x}_0}$) och med ($u_{\bar{x}}$) hänsyn till korrelationer samt hur mycket standardosäkerheten i medelvärdet därmed underskattas. Baserat på en månads mätningar från monitorstationen i Växjö.

	M plan	M höjd	u_x enskild mätning (mm)			$u_{\bar{x}_0}$ (mm)			$u_{\bar{x}}$ (mm)			Underskattning ($u_{\bar{x}}/u_{\bar{x}_0}$)		
			N	E	höjd	N	E	höjd	N	E	höjd	N	E	höjd
1-30 jan	3600	5400	8,9	7,0	19,1	0,14	0,11	0,25	5,23	4,56	9,34	37	41	37
1-27 feb	3600	5400	9,1	7,1	19,5	0,14	0,11	0,25	4,84	4,40	9,13	35	40	37
1-30 mars	3600	5400	9,3	7,3	20,7	0,15	0,12	0,27	5,03	4,65	10,20	34	39	38

Skattade korrelationstider för northing och easting redovisas i Tabell 26. I tidigare studier av korrelationstid (Odolinski, 2010 a) anges korrelationstiden i plan som medelvärdet av korrelations-tiden i northing och easting. Detta redovisas också i Tabell 26. Korrelationstiden i plan skattades till ungefär 22,5 minuter med en standardosäkerhet av ca 1,5-2 minuter. Easting gav en något längre korrelationstid än northing. Standardosäkerheten är beräknad enligt ekvation (4:22) där ett Ω för varje dag under månaden beräknats och sedan har en spridning av dessa kring det månatliga värdet beräknats. M för dygnsberäkningarna var 1800 s i höjd och 1200 s i plan.

Tabell 26: Korrelationstid (Ω) för plan baserat på en månads monitordata och respektive standardosäkerhet (u).

	n	M	Ω_N (min)	u_{Ω_N} (min)	Ω_E (min)	u_{Ω_E} (min)	Ω_{plan} (min)	$u_{\Omega_{plan}}$ (min)
1-30 jan	2261093	3600	22,13	1,41	26,53	2,15	24,48	1,78
1-27 feb	1972565	3600	18,76	1,18	24,42	2,09	21,59	1,64
1-30 mars	2174587	3600	18,90	1,11	25,02	1,98	21,96	1,54
Medel			19,93	1,23	25,32	2,07	22,58	1,65

För höjdkomponenten beräknades en liknande korrelationstid som i plan kring 23 minuter med en spridning på ca 2 minuter (Tabell 27).

Tabell 27: Korrelationstid (Ω) för höjd baserat på en månads monitordata och respektive standardosäkerhet (u).

	n	M	$\Omega_{höjd}$ (min)	$u_{\Omega_{höjd}}$ (min)
1-30 jan	2261093	5400	23,50	2,13
1-27 feb	1972565	5400	21,80	2,12
1-30 mars	2174587	5400	24,05	2,33
Medel			23,12	2,19

Även lite lägre M-värden (4800 s för höjd och 3300 s för plan) testades för att jämföra hur valt M sedan påverkar korrelationstiden. Korrelationstiden skattad från dessa M-värden var någon minut kortare och redovisas i Bilaga 6.

5.6 Verifiering av korrelationstider

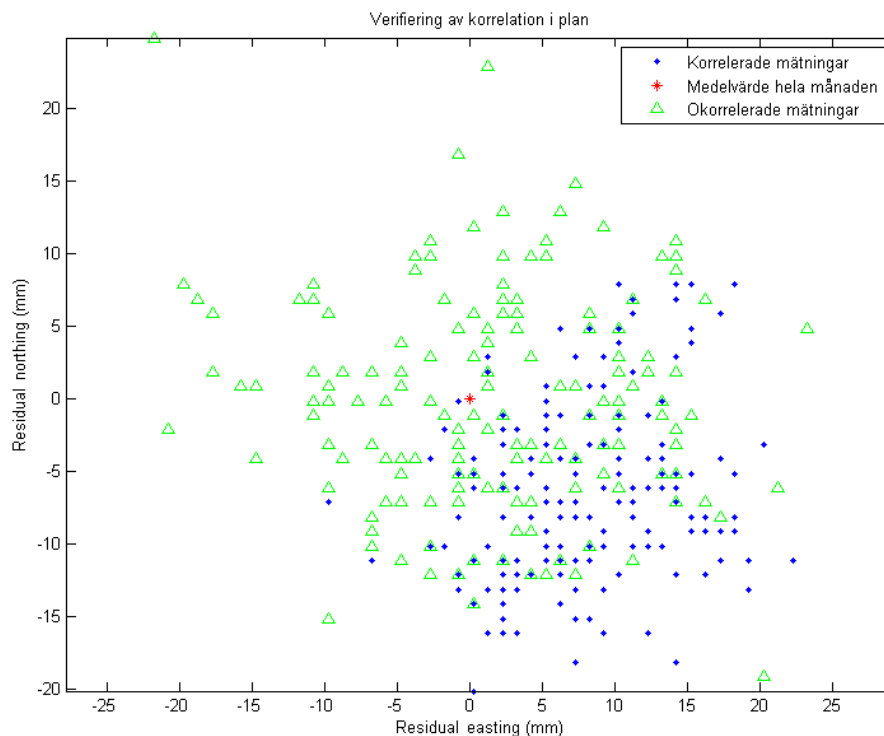
I Tabell 28 redovisas resultatet för verifieringen av korrelationstiderna för början av mars månad. Två metoder har använts för att plocka ut ett begränsat antal mätningar vilket har beskrivits i avsnitt 4.3.6. Det kan noteras att metod två, som baseras på oberoende mätningar, ger en likvärdig standardosäkerhet som det månatliga värdet vilket indikerar att de beräknade korrelationstiderna är rimliga, både för 30 och 180 mätningar. Standardosäkerheten för metod ett är klart lägre än för metod två på grund av korrelationen mellan mätningarna i metod ett. Avvikelsen från de månatliga värdena är också betydligt högre för metod ett.

Tabell 28: Verifiering av korrelationstider. Standardosäkerhet och medelavvikelse för ett antal mätningar separerade med antingen $\Delta t = 10$ sekunder (metod ett) eller med den skattade korrelationstiden Ω (metod två). Tabellen är baserad på början av mars månads monitormätningar där medelavvikelse är beräknat mot det månatliga medelvärdet.

	Δt (s)	Antal mätningar	Ω (min)	Standardosäkerhet (mm)			Medelavvikelse	
				u_{mars}	$u_{metod\ ett}$	$u_{metod\ två}$	Metod ett	Metod två
Plan	10	30	21,96	11,5	4,9	11,4	14,3	1,6
Plan	10	180	21,96	11,5	8,5	11,8	10,1	0,7
Höjd	10	30	24,05	19,7	6,2	18,5	39,6	-10,2
Höjd	10	180	24,05	19,7	13,6	20,0	25,5	-4,9

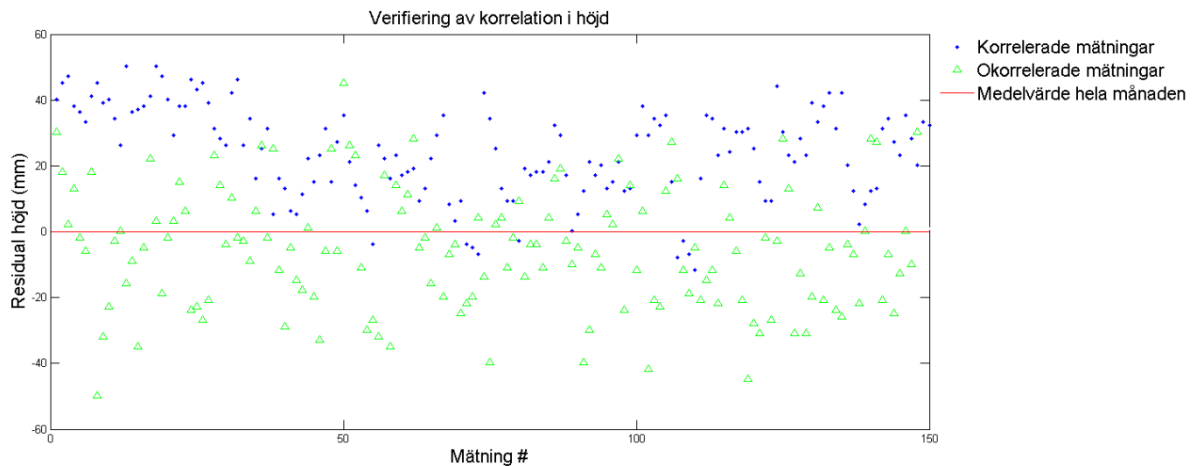
I Figur 16 visas de 180 mätningarnas residualer i plan och det förklarar varför Tabell 28 ser ut som den gör. Mätningarna enligt metod ett är blåa i figuren. I princip alla mätningar är samlade i fjärde kvadranten sydost om medelvärdet för hela månadens

mätningar (röd stjärna) vilket förklarar den låga standardosäkerheten. Vi ser tydligt att mätningarna är påverkade av liknande fel och att de därmed är korrelerade över tiden. De gröna trianglarna, som är residualerna från metod två, är däremot jämnt spridda runt medelvärdet. Dessa är separerade med korrelations-tiden och därmed oberoende av varandra, följaktligen slumpmässigt spridda kring medelvärdet. Avvikelsen från det månatliga medelvärdet är också betydligt större för de korrelerade mätningarnas medelvärde jämfört med de okorrelerade mätningarnas medelvärde.



Figur 16: Verifiering av korrelation i plan. 180 utvalda mätningar separerade med 10 s (blå) och den beräknade korrelationstiden (grön). Baserad på början av mars månad.

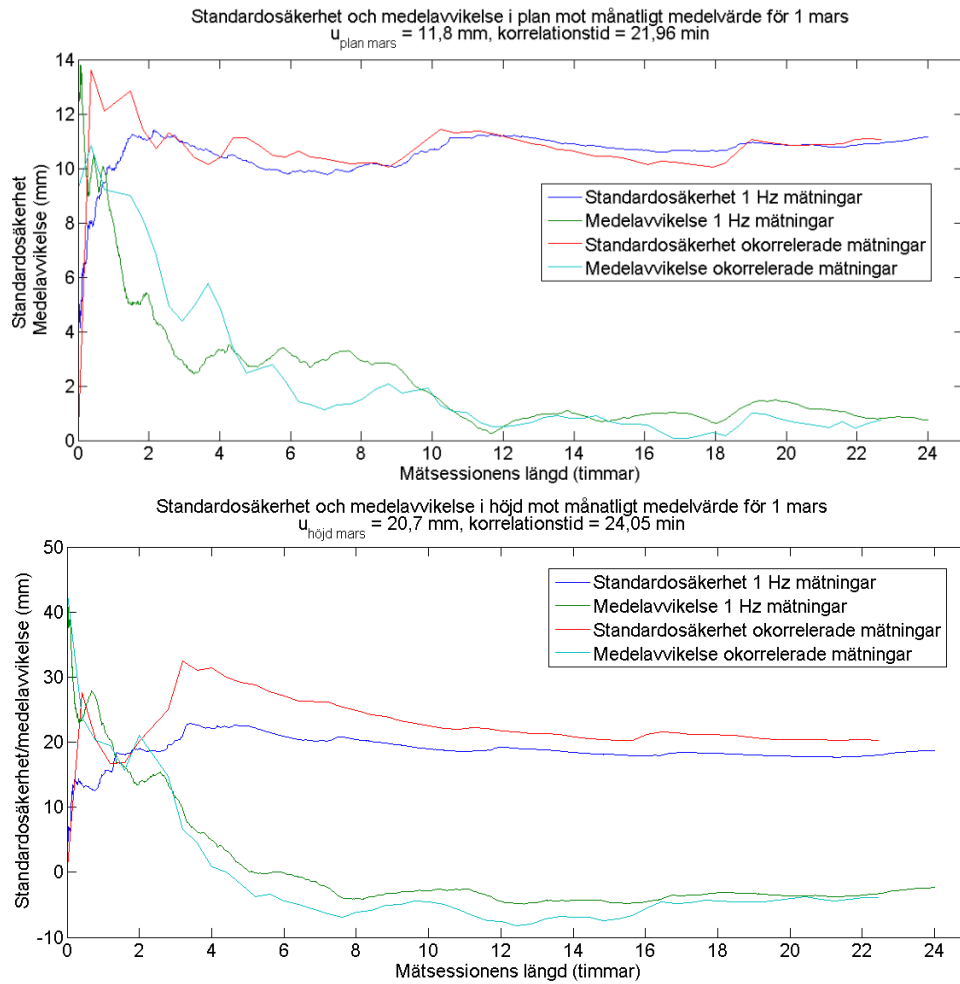
Figur 17 visar motsvarande plot av höjdvärdenas residualer för de två metoderna. Även här ligger i princip samtliga värden för metod ett (blå) över det månatliga medelvärdet (röd linje). De är ganska samlade och ger en lägre standardosäkerhet än mätningarna från metod två (gröna). Dock i och med att de är samlade med generellt högre värden blir medelavvikelsen för höjdvärdena i metod ett högre än medelavvikelsen i metod två jämfört med det månatliga medelvärdet. Metod två, med mätningar separerade med korrelations-tiden, är väl spridda både högre och lägre än det månatliga värdet.



Figur 17: Verifiering av korrelation i höjd. 180 utvalda mätningar separerade med 10 s (blå) och den beräknade korrelationstiden (grön).

Verifieringen ovan visar att i detta fall ger fem minuters GNSS-mätning med lagring var tionde sekund en standardosäkerhet på 5 mm i plan och 6 mm i höjd. I själva verket visade det sig att mätningarnas medelvärde var ungefär 14 mm från det månatliga medelvärdet i plan och ungefär 40 mm från det månatliga medelvärdet i höjd. Fortfarande efter en halvtimmes mätning låg medelavvikelsen ungefär 10 mm ifrån det månatliga medelvärdet i plan och ungefär 26 mm ifrån i höjd. Standardosäkerheten var fortsatt lägre än det månatliga värdet med ungefär 8 mm respektive 15 mm i plan respektive höjd. Orsaken till det är korrelationen som förekommer i GNSS-mätningar.

Figur 18 visar hur standardosäkerhet och avvikelse från det månatliga medelvärdet ändras under ett dygns mätning. Ett nytt värde för standardosäkerheten och avvikelsen beräknas för varje ny mätning. Värdena stabiliseras närmare de månatliga värdena efter en tids mätning. I Figur 18 redovisas även hur standardosäkerhet och avvikelse varierar över tiden om enbart mätningar avskilda med korrelationstiden används för beräkningen. Dessa mätningar stabiliseras också runt de månatliga värdena efter en tids mätning. Dock kan kurvornas utseende variera beroende på förhållandena när mätningen startas. Exempel på några andra dagar ges i Bilaga 6 och de kurvorna har lite annat utseende i början men stabiliseras efter en stunds mätning.



Figur 18: Standardosäkerheten och medelavvikelsens variation beroende på antalet mätningar under ett dygn (1 mars) baserat på samtliga mätningar och enbart okorrelerade mätningar. Plan i övre delen och höjd i den nedre.

6 Diskussion

I avsnitt 6.1 diskuteras resultaten av mätosäkerhetsanalysen baserat på mätningarna i Uppland. I avsnitt 6.2 diskuteras simuleringarna av mätningarna och i avsnitt 6.3 diskuteras mätosäkerheten baserat på data från Lantmäteriets monitorstation i Växjö. Autokovariansfunktionen diskuteras i avsnitt 6.4 och slutligen diskuteras korrelationstiderna i avsnitt 6.5.

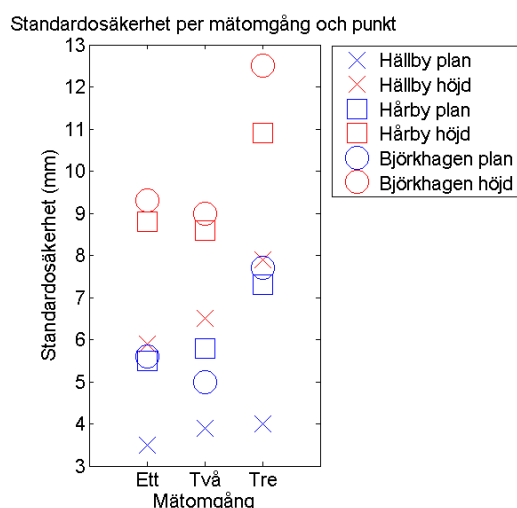
6.1 Resultat från statistiska mätningar i Uppland

För utvärderingen av osäkerheten i mätningarna har enbart standardosäkerheten (ekvation (4:3)) använts. Anledningen till det är att kunna utesluta eventuella fel som beror på annat än just osäkerheten i nätverks-RTK-mätningarna.

Standardosäkerheten i plan är lägst vid Hällby, som ligger närmast referensstationen, vid samtliga mätomgångar. Hårby och Björkhagen har några mm högre standardosäkerhet än Hällby vid samtliga mätomgångar men differensen dem emellan är liten ($< 1\text{mm}$). Vid omgång två har Hårby en högre standardosäkerhet än Björkhagen trots ett kortare avstånd till referensstationen.

I höjd stämmer det förväntade avståndsberoende sambandet att mätning närmare en referens-station ger en lägre standardosäkerhet än mätning längre bort. Liksom i plan är skillnaden större mellan Hällby och Hårby än mellan Hårby och Björkhagen.

Figur 19 sammanfattar standardosäkerheten per mätomgång och punkt i plan och höjd.

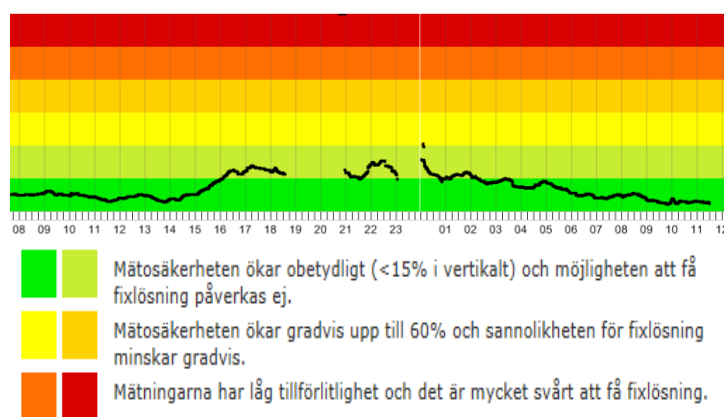


Figur 19: Standardosäkerheten (u) för de statistiska mätningarna i Uppland i plan och höjd för respektive punkt och mätomgång.

Det ska dock sägas det finns fler aspekter involverade som inte tas upp här, till exempel den lokala miljön och väderförutsättningar vid mättillfället. Vid mätomgång ett är mätningarna inte samtidigt vilket inte ger samma väderförutsättningar. Det kan också noteras att det

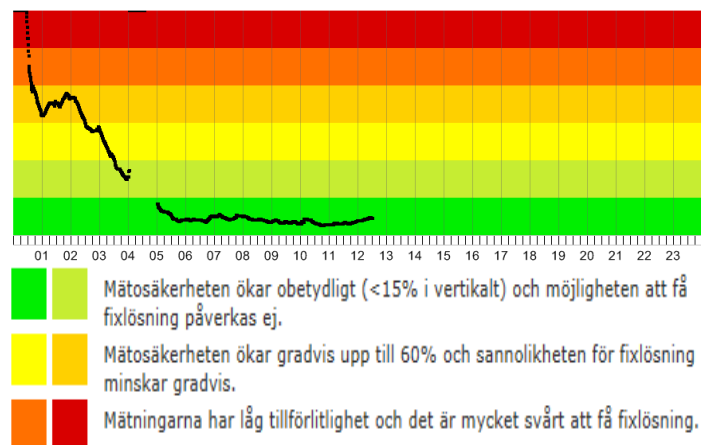
inte är samma närmaste referensstation på alla punkter. Hällby är närmast referensstationen i Uppsala medan de övriga två punkternas närmaste referensstation är den i Grillby vilket kan ha viss inverkan på resultatet. I Bilaga 1 beskrivs lite mer om de yttre förhållandena vid respektive mätomgång.

I Figur 19 ser vi också att standardosäkerheten för mätning på samma punkt vid olika mätomgångar varierar lite. Mätomgång tre skiljer ut sig med högre mätosäkerhetsvärden än övriga mätomgångar. Som tidigare nämnts var jonosfärens påverkan på mätningarna större vid mätomgång tre än de två tidigare omgångarna. En plot från Lantmäteriets jonosfärsmonitor visas för mätomgång två i Figur 20 och för mätomgång tre i Figur 21.



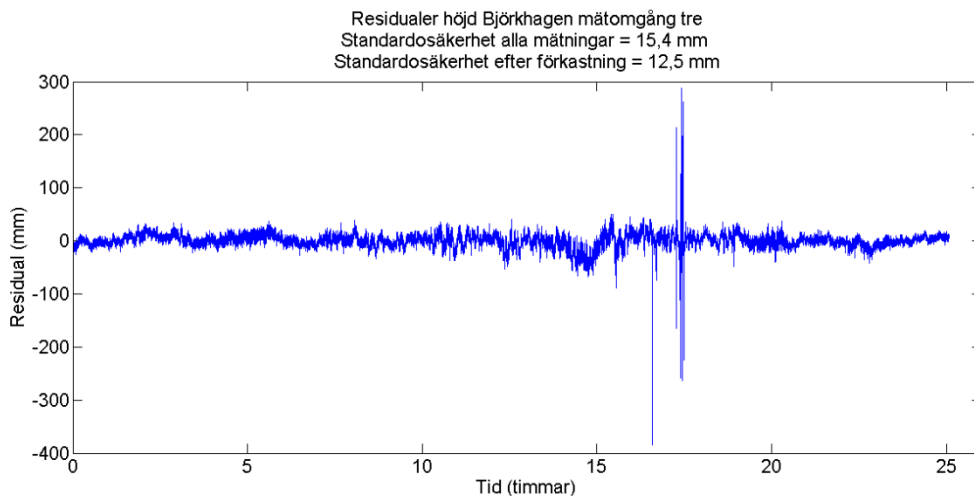
Figur 20: Lantmäteriets jonosfärsmonitor för Svealand vid mätomgång två, 6-7 maj 2014 (Lantmäteriet, 2014).

I Figur 20 ser vi att jonosfärsaktiviteten var låg under hela mätperioden vid mätomgång två. Tyvärr finns ingen jonosfärsmonitorsbild tillgänglig för den 8 maj vid första delen av mätomgång tre. För avslutningen av mätomgång tre den 9 maj finns dock data tillgängligt och där kan en hög jonosfärsaktivitet (orange och rött) konstateras under natten (Figur 21). Hög jonosfärsaktivitet försvårar bestämningen av korrekt fixlösning och kan förklara varför det förekommer mätningar med stora residualer under mätomgång tre.



Figur 21: Lantmäteriets jonosfärsmonitor för Svealand vid avslutningen av mätomgång tre, 9 maj 2014 (Lantmäteriet, 2014).

I Figur 22 plottas mätningarna från den tredje mätomgången vid Björkhagen. Mätningarna startade vid klockan 11 och efter ca 17 timmars mätning, alltså vid klockan 04 på morgonen svensk sommartid, förekommer ett antal mätningar med stora residualer. Klockslagen på jonofärsmonitorn är angivna i UTC vilket är två timmar efter svensk sommartid. Klockan 04.00 svensk sommartid motsvarar klockan 02.00 UTC och vid denna tidpunkt är jonofärsmonitorns värden ganska höga. De höga residualerna kommer dock något senare än när jonofärsmonitorn har noterat högst aktivitet kring midnatt. De mätningar som avviker med mer än 15 cm från medelvärdet har förkastats innan beräkning.



Figur 22: Plot av tidsserie för Björkhagen mätomgång tre. Samtliga mätningar. Stora residualer förekommer efter ca 17 timmars mätning vilket är klockan 2 UTC (klockan 4 svensk sommartid).

Det är också värt att nämna att beräknade standardosäkerheter bygger på både GPS- och Glonass-mätningar, vilket också är vad som rekommenderas för säkrare bestämning av korrekt fixlösning (Odolinski, 2010 b). Mätning med enbart GPS ger enligt en tidigare studie av Johnsson och Wallerström (2007) sämre möjligheter att bestämma korrekt fixlösning vid mätning i miljöer med sikthinder än när både GPS- och Glonass-satelliter används. Dessutom sänktes initialiseringstiden vid användningen av två GNSS. Mätosäkerheten i mätningarna påverkades däremot inte vid användandet av både GPS och Glonass jämfört med bara GPS. Värdena för mätosäkerheten från denna studie bör således kunna gälla även vid mätning med enbart GPS förutsatt att korrekt fixlösning har kunnat bestämmas.

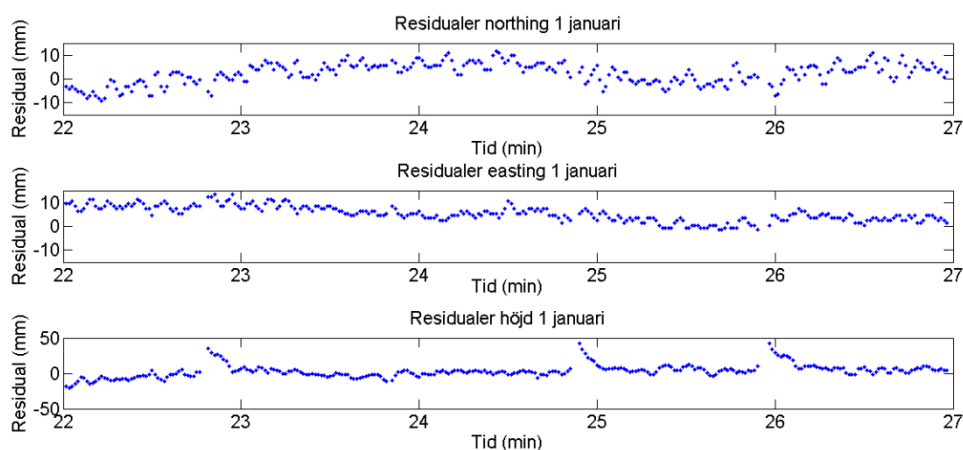
6.2 Simuleringar av statiska mätningar i Uppland

Per Jarlemark simulerade teoretiska mätosäkerhetsvärden baserat på jonofärsaktivitet och väder-förhållanden vid mättillfället. Jämfört med de framräknade standardosäkerhetsvärdena var de simulerade värdena något högre. En av anledningarna till detta kan vara att för

stor vikt lagts vid påverkan från andra referensstationer än den närmaste (Jarlemark, 2014).

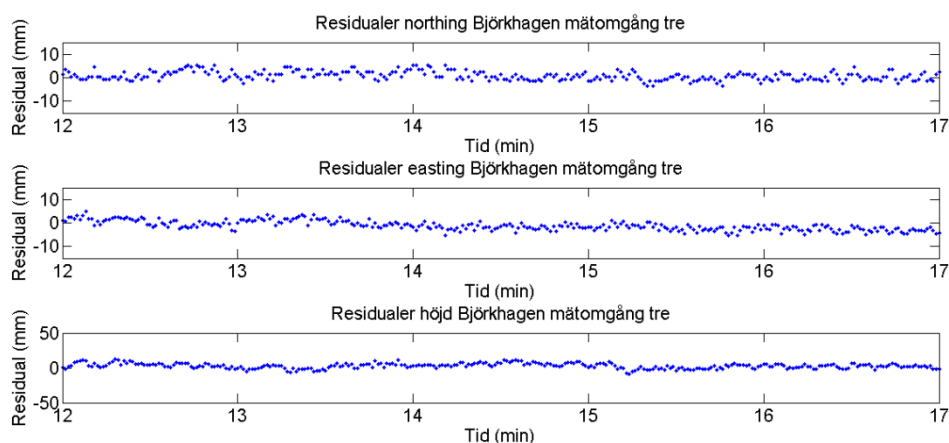
6.3 Resultat från monitordata

Standardosäkerhet för beräkningarna av monitordata (Tabell 21) är högre än för mätningarna i Uppland. Det är lite förvånande med tanke på att monitorstationen står på ett tak med mycket bra förhållanden för GNSS-mätning med avseende på fri sikt mot satelliterna. Antennen vid monitorstationen är av choke-ringtyp vilket ska selektera bort reflekterade signaler bättre än vanlig konventionell utrustning. Avståndet på 15 km till närmaste referensstation är liknande den vid mätningarna vid Björkhagen och resultatet borde därför kunna vara av samma storleksordning. En förklaring till den högre standardosäkerheten vid monitorstationen kan vara att det vid oinitialiseringen ibland sker ett hopp i mätningarna mellan sista mätningen med den gamla fixlösningen och den första mätningen med en nybestämd fixlösning (Figur 23).



Figur 23: Kort utdrag på residualer för fem minuters monitordata ur tidsserien för 1 januari där tidslappen för oinitialiseringar tydliggörs. Northing överst, easting i mitten och höjden längst ner.

En konstant mätserie har stabilare värden vilket visas i utdraget från Björkhagen för mätomgång tre (Figur 25).



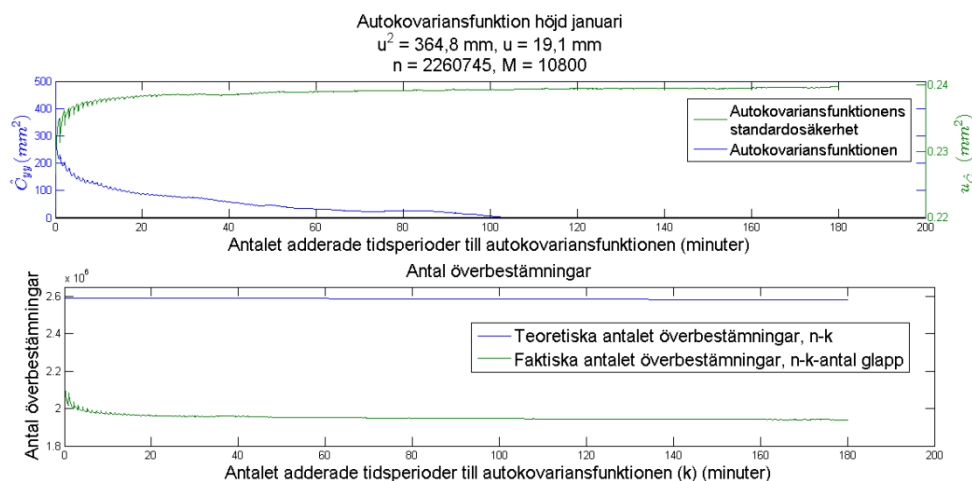
Figur 24: Kort utdrag av residualer för fem minuter ur tidsserien för Björkhagen mätomgång tre. Northing överst, easting i mitten och höjden längst ner.

En annan anledning till den högre standardosäkerheten kan vara att mottagaren vid monitor-stationen inte klarar av att hantera antennmodeller för att korrigera sina egna mätningar (Jivall, 2014). Det kan påverka standardosäkerheten för mätningarna och framför allt avvikelser från de kända koordinaterna. För att kompensera avsaknaden av antennmodell i mottagaren har en konstant för avståndet mellan antennens elektriska centrum och den fysiska mätpunkten tagits bort från de mätta höjderna. Den konstant som har använts i detta arbete är tagen från en skiss av antennmodellen. Antennens elektriska centrum kan dock variera beroende på lokala förhållanden och satellitkonfigurationen vid mättillfället. Lantmäteriet har gjort en skattning av hur stor denna konstant är vid de lokala förutsättningar som gäller vid monitorstationen i Växjö. Den skattade konstanten var ca 30 mm lägre än konstanten från skissen av antennen (Jivall, 2014). Skulle denna konstant användas istället för konstanten från skissen av antennmodellen skulle medelavvikelsen i höjd vid monitorstationen istället vara ca 6 mm jämfört med nuvarande -24 mm.

6.4 Autokovariansfunktionen

Både autokovariansfunktionen och dess standardosäkerhet för en dag (Figur 12), såväl som för en månad (Figur 14), ger ett vågformigt utseende för kortare (< 20 min) tidsperioder av adderade mätningar. Definitionen av autokovariansfunktionen enligt ekvation (4:10) bygger på kontinuerliga data. På grund av oinitialiseringar är det dock glapp i monitorstationens tidsserie. Det hanteras i ekvation (4:11) genom att antalet glapp subtraheras från nämnaren. Dock ger det utslag på beräkningen av autokovariansfunktionens standardavvikelse när antalet överbestämningar varierar beroende på antalet glapp, vilket visas i den undre delen av Figur 14. Det teoretiska antalet överbestämningar vid kontinuerliga data avtar linjärt när en mätning till adderas till autokovarians-funktionen. Det

faktiska antalet däremot ger samma vågiga utseende som autokovariansfunktionen. För själva autokovariansfunktionen antas de hopp som sker vid ominitialiseringen (Figur 23) vara anledningen till det vågformiga utseendet. I northing och easting (Figur 13 och Figur 15) förekommer inte det vågformiga utseendet och det kan även ses i Figur 23, att det inte förekommer lika tydliga hopp vid ominitialisering i plan.



Figur 25: Autokovariansfunktionen och dess standardosäkerhet för januari i övre delen. Det teoretiska och faktiska antalet överbestämningar i den undre.

I detta arbete används en längd (M-värde) av 60 minuter i plan och 90 minuter i höjd för skattningen av autokovariansfunktionen baserat på en månads monitordata. De givna värdena bestämdes visuellt från en plot av en autokovariansfunktion beräknad med $M = 180$ minuter. När funktionen har avtagit och börjat stabiliseras valdes M-värdet. Även förhållandet höjd = en och en halv gånger plan används som utgångspunkt för att bestämma M-värdet. Detta är dock ett subjektivt sätt att uppskatta M-värdet och valet av M-värde har en direkt påverkan på den skattade korrelationstiden. Ett test med lägre M-värden (55 minuter i plan och 80 minuter i höjd) gjordes också och det gav ca en minut kortare korrelationstid och en lite högre standardosäkerhet. Tabeller finns i Bilaga 6. En mer grundläggande undersökning av hur M-värdet ska bestämmas skulle dock behövas för att med större säkerhet kunna bestämma ett optimalt M-värde.

Autokovariansfunktionen definierad av Emery och Thompson (2001) bygger på att en stationär tidsserie har ett konstant medelvärde oavsett om bara en del av tidsserien används för att beräkna medelvärdet. Med tanke på korrelationen är frågan om denna metod då är helt tillämplig för GNSS-mätningar. Medeltalet kan variera lite beroende på vilken tidsperiod som beräknas och tidsserien är då kanske inte att betrakta som helt stationär. Det är dock denna metod som har använts även vid tidigare studier och inom ramen för detta arbete görs ingen analys av eventuella osäkerheter i autokovariansfunktionen på grund av detta.

6.5 Korrelationstider

Som visades i avsnitt 5.6 är korrelation i högsta grad närvarande och påverkar osäkerheten i GNSS-mätningar. Verifieringen av de skattade korrelationstiderna på ca 23 minuter visade att tiderna verkade rimliga. De skattade tiderna ska dock ses som en ungefärlig uppskattning eftersom korrelationstiden kan variera lite beroende på de lokala förhållandena vid aktuell tidpunkt och mätplats.

Satelliterna har en omloppstid på 23 timmar och 56 minuter (Lantmäteriet m fl, 2011). Detta innebär att återbesök på samma plats åtskilda med ca ett dygn kan ha viss korrelation på grund av liknande satellitkonstellation som dagen innan. Troligtvis har dock de yttre förutsättningarna i jonosfär och troposfär ändrats vilket har större inverkan på korrelationen än satellitkonfigurationen. Återbesök vid en annan tidpunkt på dygnet är dock att föredra för att slippa den korrelation som kan uppstå vid liknande satellitkonfiguration en annan dag.

I den här studien har som tidigare nämnts både GPS- och Glonass-satelliter använts vid mätningarna. Skulle enbart GPS-satelliter användas får vi signaler från enbart en typ av satelliter vilket skulle kunna öka korrelationstiden. Signalerna från båda systemen påverkas dock på ett liknande sätt på sin färd genom atmosfären, vilket gör att korrelationstiden beroende på om enbart GPS används inte borde förändras på något avgörande sätt jämfört med om både GPS och Glonass används. Korrelationstiden beroende på flervägsfel kan däremot förväntas öka något om enbart GPS-satelliter används för GNSS-mätningen beroende på ett mindre antal tillgängliga satelliter. Korrelationstiden på grund av flervägsfel är dock kortare än korrelationstiden på grund av påverkan från atmosfären (Emardson m fl, 2009). Felkällan med den längsta korrelationstiden är den som har betydelse för den totala korrelationstiden för mätningarna. Även om korrelationstiden för flervägsfel skulle öka något vid användandet av enbart GPS-satelliter är korrelationstiden för påverkan från atmosfären fortsatt längre och om dessa antaganden stämmer har det ingen avgörande betydelse på korrelationstiden vid GNSS-mätningar om GPS och Glonass används eller enbart GPS. Inga beräkningar av data med enbart GPS-mätningar har dock gjorts inom ramen för detta arbete.

7 Slutsats

En sammanfattning av osäkerheten för GNSS-mätningarna på olika avstånd från närmaste referensstation samt monitorstationen ges i avsnitt 7.1. Beräknade korrelationstider sammanfattas i avsnitt 7.2. I avsnitt 7.3 görs en jämförelse med resultaten i tidigare studier och i avsnitt 7.4 presenteras idéer på framtida studier som har dykt upp under arbetets gång.

7.1 Avståndsberoende

Standardosäkerheten (68% konfidensnivå) i själva mätningarna jämfört med mätningarnas medelvärde sammanfattas som en poolad standardosäkerhet beräknad enligt ekvation (4:8) (Tabell 29). Vid mätning vid Hällby (0,1 km från närmaste referensstation) var standardosäkerheten 3,8 mm i plan och 6,9 mm i höjd över ellipsoiden. Vid mätning vid Hårby (8,8 km från närmaste referensstation) var standardosäkerheten 6,3 mm i plan och 9,6 mm i höjd över ellipsoiden och vid Björkhagen (15,8 km från närmaste referensstation) var motsvarande värden 6,3 mm i plan och 10,5 mm i höjd över ellipsoiden. Detta tyder på att någon form av avståndsberoende till närmaste referensstation troligtvis finns vid GNSS-mätning med nätverks-RTK. Dock kanske inte ett linjärt beroende utan skillnaden verkar avta ju längre bort mätningen sker. I plan var standardosäkerheten lika stor vid den mellersta punkten och punkten längst från referensstationen. Detta är dock en begränsad studie och det finns en rad andra parametrar som inverkar på mätosäkerheten som inte är avståndsberoende, t ex den lokalt omgivande miljön vid mätplatsen samt väderförutsättningar vid mättillfället. Eventuella användarrelaterade fel som centrerings- och horisonteringsfel av antennen, liksom osäkerhet vid mätning av antennhöjden är inte heller inkluderade i dessa siffror för standardosäkerheten. Eventuella referensstationsberoende felkällor inverkar också på resultaten. I denna studie har Hårby och Björkhagen samma närmaste referensstation medan Hällby har en annan närmaste referensstation. Vid höjdmätning i till exempel RH2000 tillkommer dessutom eventuell osäkerhet i geoidmodellen till höjdvärdena. Antennmodell och inställningar i utrustningen kan också ha viss påverkan på standardosäkerheten i GNSS-mätningar. Det är dock inget som tas upp i denna studie.

Tabell 29: Poolad standardosäkerhet (u) baserat på det totala antalet mätningar för varje mätomgång för de statistiska mätningarna i Uppland och baserat på månader för monitordata

Punkt	Avstånd till närmaste referensstation (km)	n	u_{plan} (mm)	$u_{höjd}$ (mm)
Hällby	0,1	228761	3,8	6,9
Hårby	8,8	183117	6,3	9,6
Björkhagen	15,8	256474	6,3	10,5
Växjö (Monitor)	15,5	6407080	11,5	19,8

I denna studie har mätning med GPS- och Glonass-satelliter använts men värdena antas kunna gälla även vid mätning med enbart GPS, förutsatt att korrekt fixlösning har kunnat erhållas.

7.2 Korrelationstider

För mätning med nätverks-RTK i SWEPOS 35 km-nät skattades en korrelationstid på ca 22,6 minuter i plan och 23,1 minuter i höjd. Detta är en ungefärlig uppskattning av korrelationstiden och den kan variera beroende på lokala förhållanden så som väder och infallsvinkel på signalerna vid given plats och tidpunkt. Korrelationstiden är tidsavståndet som behövs mellan två mätningar för att de ska anses vara oberoende av varandra och ge en slumpmässig spridning kring det sanna värdet. Således behöver ca 23 minuter gå mellan återbesök av en punkt för att en kontroll av mätningen ska anses vara tillförlitlig. Tas inte hänsyn till korrelationen kan en kort periods GNSS-mätning med en låg standardosäkerhet i själva verket avvika från det korrekta värdet beroende på att mätningar nära varandra i tiden är påverkade av liknande fel.

7.3 Jämförelse med tidigare studier

På grund av medelavvikelsen mellan punkternas kända koordinater och mätningarnas medelvärden blir RMS-värdena från mätningarna inom denna studie svåra att jämföra med Close-rapportens RMS-värden. Istället för spridningen runt de kända koordinaterna (RMS) används spridningen kring medelvärdet (u) som jämförelsevärden både inbördes mot andra mätomgångar och mot tidigare studier.

7.3.1 Mätosäkerhet

För en jämförelse med mätningarna Jansson (2011) gjorde valdes Björkhagen ut eftersom den punkten har ett liknande avstånd till närmaste referensstation som punkterna i utkanten av det förtätade Stockholmsnätet. Vid en jämförelse av standardosäkerheten är den

något lägre i plan för mätningarna inom detta arbete men liknande i höjd (6,3 mm mot 8 mm i plan och 10,5 mm mot 11 mm i höjd). Jämfört med Close-rapportens simulerade värden (9,2 mm i plan och 19,7 mm i höjd (Emardson m fl, 2009)) är standardosäkerheten från mätningarna inom denna studie klart lägre, åtminstone för höjdkomponenten och något lägre för plankomponenten. Standardosäkerheten från dessa mätningar ligger mer i nivå med de från det projektanpassade nätet i Close-rapporten. Jämförs däremot standardosäkerheten från monitorstationen, 11,5 mm i plan och 19,8 mm i höjd, erhålls värden i paritet med Close-rapportens simulerade värden för höjden och lite högre i plan. Odolinski (2010 a) baserade sina utvärderingar av mätosäkerheten i 70 km-nätet och det projektanpassade nätet på monitordata och fick värden i nivå med Close-rapportens simuleringar. Det tyder på att monitorstationerna levererar osäkerheter i nivå med Close-rapportens simuleringar men att det är fullt möjligt att erhålla lägre standardosäkerhet vid goda mätförhållanden.

7.3.2 Korrelationstider

Odolinski (2010 a och 2011) skattade korrelationstider med bland annat samma metod som har använts i den här rapporten, det vill säga genom att beräkna antalet effektiva mätningar. I ett 70 km-nät skattades en korrelationstid på 25-35 minuter i plan och 45-65 minuter i höjd. Även korrelationstiden i ett projektanpassat nät med ca 10-20 km mellan referensstationerna beräknades till ca 25-30 minuter i plan och ca 25-35 minuter i höjd. Korrelationstiderna i denna studie med mätning i 35 km-nätet hamnade på 22,6 respektive 23,1 minuter i plan respektive höjd. De skattade korrelationstiderna är något kortare än de från tidigare studier. I tidigare studier används dock även metoden att anpassa en Gauss-Markov-process till autokovariansfunktionen. Den metoden förväntas ge en något längre korrelationstid än metoden som använts i det här arbetet och det kan vara förklaringen till de något kortare korrelationstiderna.

7.4 Framtida studier

Den här studien har gett en del svar vad gäller mätosäkerhet och korrelationstider vid GNSS-mätning i SWEPOS 35 km-nät, men det har också väckts en del frågor som skulle behöva utredas ytterligare. Här lämnas förslag på några frågeställningar som har dykt upp under arbetets gång:

- Liknande analyser baserade på data från andra monitorstationer med olika avstånd till närmaste referensstation.
- Hur påverkar latituden mätosäkerheten (med avseende på satelliternas banor)?
- Analys av hur oinitialiseringar påverkar osäkerheten i monitorstationernas mätningar. Är det oinitialiseringar som ger den högre standardosäkerheten jämfört med de statiska mätningarna i Uppland?
- Hur stor är osäkerheten i kända punkter? Kan GNSS användas för att utvärdera osäkerheten i kända punkter?
- Påverkar vilken referensstation som är närmast? Hur stor är osäkerheten i referens-stationen?
- Är SWEPOS-nätet tillräckligt tätt med 35 km mellan referensstationerna så att fokus istället bör inriktas på att reducera andra felkällor?
- En noggrannare utredning av hur lång mätsession som krävs för att erhålla liknande standardosäkerhet med låg avvikelse från det kända värdet som en månads mätning ger.
- Hur bestäms det optimala antalet mätningar (M), att basera autokovariansfunktionen på?
- Hur är tillförlitligheten om korrelationstider skulle skattas baserat på en dags kontinuerlig mätning, det vill säga utan avbrott för oinitialisering?
- Kan metoden att anpassa en Gauss-Markov-process göras för skattning av korrelationstider i 35 km-nätet, vilket utlämnades i detta arbete?
- Om GNSS-mätningar inte anses vara en stationär process finns det andra sätt att skatta korrelationstider som inte bygger på den nu använda autokovariansfunktionen (ekvation (4:9))?
- Hur påverkas mätosäkerheten och framför allt korrelationstider om enbart GPS används?

8 Referenslista

- Andersson, B., Alfredsson, A., Nordqvist, A. och Kilström, R., 2011, RIX 95-projektet – slutrapport, Lantmäterirapport 2011:X, Lantmäteriet, Gävle
- Emardson, R., Jarlemark, P., Bergstrand, S., Nilsson, T. och Johansson J., 2009, Measurement accuracy in Network-RTK, SP Report 2009:23, SP, Borås, <http://www-v2.sp.se/publ/user/default.aspx?RapportId=10192#10192> senast besökt 2014-06-18
- Emardson, R., Jarlemark, P., Johansson, J., Bergstrand, S., Lidberg, M. och Jonsson, B., 2010, Measurement accuracy in Network-RTK, Bolletino di Geodesia e Scienze Affini, Vol. 69, No 2-3, 2010
- Emardson, R., Jarlemark, P., Johansson, J. och Bergstrand, S., 2011, Ionospheric Effects on Network-RTK, SP Report 2011:80, SP, Borås, <http://www-v2.sp.se/publ/ViewDocument.aspx?RapportId=12637> senast besökt 2014-06-18
- Emery, W. J. och Thomson, R. E., 2001, Data Analysis Methods in Physical Oceanography, second and revised edition, Library of Congress, Elsevier
- Euler, H.-J., Keenan, C. R., Zebhauser, B. E. och Wübbena, G., 2001, Study of a simplified approach in utilizing reference station arrays, Proceedings of ION GPS 2001, Salt Lake
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. och Wasle, E., 2008, GNSS Global Navigation Satellite Systems GPS, GLONASS, Galileo & more, SpringerWienNewYork
- Howind, J., Kutterer, H. och Heck, B., 1999, Impact of temporal correlations on GPS-derived relative point positions, Journal Of Geodesy, 1999, Vol.73(5), s.246-258, http://download.springer.com/static/pdf/309/art%253A10.1007%252Fs001900050241.pdf?auth66=1398328950_67b0e302d914b7adc093f9714ce8a915&ext=.pdf senast besökt 2014-06-18
- Jansson, J., Undersökning av mätosäkerheten i det förtätade SWEPOS-nätet i Stockholmsområdet – vid mätning med nätverks-RTK, Lantmäterirapport 2011:2, Lantmäteriet, Gävle, http://www.lantmateriet.se/Global/Kartor%20och%20geografisk%20information/GPS%20och%20m%c3%a4tning/Geodesi/Rapporter/publikationer/Rapporter/LMV-Rapport_2011_2.pdf senast besökt 2014-06-18
- Jansson, P., och Persson, C.-G., 2013, The effect of correlation on uncertainty estimates – with GNSS examples, Journal of Geodetic Science, Volume 3, Issue 2 (Jun 2013). Kopia av Figure 5.
- Jarlemark, P., 2014, SP, Borås, Mailkonversation angående simuleringar av mätosäkerhetsvärden

- Jivall, L., 2014, Lantmäteriet, Gävle, Mailkonversation angående systematisk avvikelse vid monitorstationen
- Johnsson, F. och Wallerström, M., 2007, En nätverks-RTK-jämförelse mellan GPS och GPS/GLONASS, Lantmäterirapport 2007:1, Lantmäteriet, Gävle,
http://www.lantmateriet.se/Global/Kartor%20och%20geografisk%20information/GPS%20och%20m%C3%A4tning/Geodesi/Rapporter_publicationer/Rapporter/LMV-Rapport_2007_1.pdf senast besökt 2014-06-20
- Katrin, E., 2014, SWEPOS® Då, nu och i morgon, Lantmäteriet, Gävle. Bild från presentation vid MätKart14, 15 maj 2014 i Kristianstad, session 6B
- Lantmäteriet, 2009, SWEPOS®, Lantmäteriet, Gävle,
https://SWEPOS.lantmateriet.se/kurserochinfo/dokument/infoblad/om_SWEPOS.pdf senast besökt 2014-06-18
- Lantmäteriet, 2011, Geodesi 2010, Lantmäteriet, Gävle, Bild med ellipsoidhöjd och geoidhöjd
https://SWEPOS.lantmateriet.se/kurserochinfo/dokument/infoblad/Geodesi_2010.pdf senast besökt 2014-06-19
- Lantmäteriet m fl, 2011, Geodetisk och fotogrammetrisk mättnings- och beräkningsteknik, (kapitel 11-12)
- Lantmäteriet, 2014, Skärmdump från Lantmäteriets Jonosfärsmonitor,
<https://SWEPOS.lantmateriet.se/tjanster/jonomonitor/jonomonitor.aspx>
- Odolinski, R. och Sunna, J., 2009, Detaljmätning med nätverks-RTK – en noggrannhetsundersökning, Lantmäterirapport 2009:2,
http://lantmateriet.se/Global/Kartor%20och%20geografisk%20information/GPS%20och%20m%C3%A4tning/Geodesi/Rapporter_publicationer/Rapporter/LMV-Rapport_2009_2.pdf senast besökt 2014-06-18
- Odolinski, R., 2010 a, Studie av noggrannhet och tidskorrelationer vid mätning med nätverks-RTK, Lantmäterirapport 2010:2,
http://www.lantmateriet.se/Global/Kartor%20och%20geografisk%20information/GPS%20och%20m%C3%A4tning/Geodesi/Rapporter_publicationer/Rapporter/LMV-Rapport_2010_2.pdf, Lantmäteriet, Gävle, senast besökt 2014-06-18
- Odolinski, R., 2010 b, Checklista för nätverks-RTK, Lantmäterirapport 2010:3, Lantmäteriet, Gävle,
http://www.lantmateriet.se/Global/Kartor%20och%20geografisk%20information/GPS%20och%20m%C3%A4tning/Geodesi/Rapporter_publicationer/Rapporter/LMV-Rapport_2010_3.pdf senast besökt 2014-06-18

- Odolinski, R., 2011, Temporal correlation for network RTK positioning, *GPS Solutions* (2012), Vol. 16, s. 147-155
- Persson, C.-G., 2008, Några betraktelser över begreppet noggrannhet, Lantmäteriet, Gävle
- Teunissen, P.J.G., och Amiri-Simkooei. A.R., 2008, Least-squares variance component estimation, *J Geod* 82
- Vollath, U., Buecherl, A., Landau, H., Pagels, C. och Wagner, B., 2000, Multi-Base RTK Positioning Using Virtual Reference Stations, http://download.springer.com/static/pdf/309/art%253A10.1007%252Fs001900050241.pdf?auth66=1398328950_67b0e302d914b7adc093f9714ce8a915&ext=.pdf senast besökt 2014-06-18
- Vännman, K., 2002, Matematisk Statistik, Studentlitteratur, Luleå tekniska universitet, Luleå
- Ågren, J., 2009, Beskrivning av de nationella geoidmodellerna SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70, Lantmäterirapport, 2009:1, Lantmäteriet, Gävle, http://www.lantmateriet.se/Global/Kartor%20och%20geografisk%20information/GPS%20och%20m%c3%a4tning/Geodesi/Rapporter/publikationer/Rapporter/LMV-rapport_2009_1.pdf senast besökt 2014-06-18

Bilagor

Bilaga 1: Mätförhållanden

Mätpunkten vid Hällby (Figur 26) ligger öppet på en kulle och har fri sikt mot himlen i alla riktningar. Vid Björkhagen gäller samma sak, riktigt bra mätförhållanden.



Figur 26: Hällby Mätomgång ett med lite snö. Mätutrustningen ses till vänster i bilden och SWEPOS-stationen till höger om huset i mitten av bilden.

Vid punkten Hårby står dock två träd i närheten av punkten vilket skulle kunna skymma sikten mot satelliterna i vissa riktningar. Träden står ungefär norr och söder om punkten (Figur 27).



Figur 27: Hårby vid mätomgång tre. Två träd skymmer sikten mot himlen något i nordlig och sydlig riktning men antas inte ha någon avgörande betydelse för antalet tillgängliga satelliter.

För att försöka ta reda om träden skymde satelliterna räknades ett medelvärde av antalet satelliter som användes vid respektive mätning under hela tidsserierna för mätomgång två och tre på alla punkter. Även medelvärdet av Positional Dilution of Precision (PDOP), som beskriver satellit-geometrin vid mättillfället, beräknades för mätomgång två och tre och sammanfattas i Tabell 30.

Tabell 30: Genomsnittligt antal använda satelliter och PDOP för mätomgång två och tre.

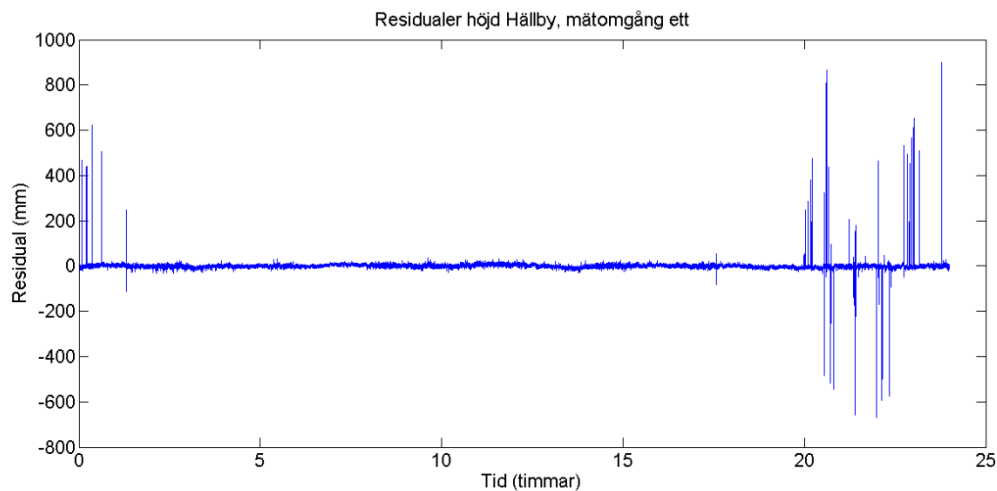
Mätomgång	Antal GPS-satelliter	Antal Glonass-satelliter	Antal Satelliter (GPS+Glonass)	PDOP
Hällby två	7,9	7,0	14,9	1,4
Hällby tre	8,1	7,3	15,4	1,4
Hårby två	8,3	7,4	15,7	1,4
Hårby tre	8,1	7,4	15,5	1,4
Björkhagen två	8,8	7,6	16,4	1,3
Björkhagen tre	8,2	7,5	15,7	1,3

Som vi ser i Tabell 30 är antalet satelliter vid punkten Hårby inte avvikande från övriga punkter. PDOP-värdena avviker inte heller nämnvärt från övriga punkter och träden vid Hårby kan inte anses ha haft någon betydande inverkan på mätresultatet.

Mätomgång ett

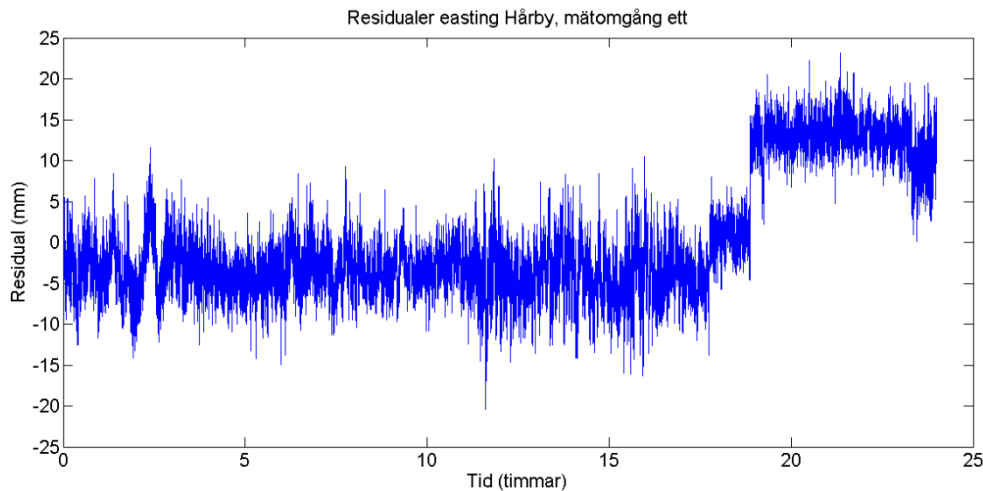
Första mätomgången genomfördes under vintern (Figur 26) och temperaturen var någon minusgrad vid mätningarna vid Hårby och Hällby och runt 0°C vid Björkhagen.

Vid mätningen vid Hällby kom det lite nederbörd under natten som bildade en ishinna på antennen, vilket troligtvis är anledningen till de mätningar med stora residualer som förekommer under slutet av mätserien (Figur 28). I figuren är samtliga mätningar inklusive flyttalslösningar medtagna. När flyttalslösningarna tagits bort innan beräkningen, fanns inte längre några mätningar med stora avvikande residualer. Troligtvis försvårade ishinnan bestämmandet av fixlösning.



Figur 28: Tidsserie Hällby mätomgång ett. Residualer mot kända värden för höjd över ellipsoiden. Samtliga mätningar inklusive mätningar mätta med flyttalslösning.

Vid mätning av punkten Hårby upptäcktes att en förflyttning av stativet skett under natten. Doslibellen var inte horisonterad vid kontroll på morgonen och vid plot av tidsserien ser vi en tydlig förskjutning i easting-koordinaten (Figur 29). Detta skedde efter ca 17 timmars mätning och för vidare beräkning har de sista 7 timmarna för mätningen vid Hårby därför tagits bort.



Figur 29: Tidsserie Hårby, mätomgång ett, easting.

För övriga två punkter genomfördes mätningarna rent tekniskt utan problem vid mätomgång ett.

Mätomgång två

Under omgång två föll tidvis ett lätt regn och temperaturen varierade från ca + 9° C vid start till ca + 5° C under kvällen och natten. Väderförutsättningarna bör inte ha någon större inverkan på mätresultatet.

Under den andra mätomgången genomfördes service av SWEPOS-tjänsten på kvällen vilket medförde att tjänsten stängdes ner och det blev därmed avbrott i mätningarna. Vid Björkhagen genomfördes en lyckad omstart på kvällen efter ca fyra timmars avbrott men för övriga två punkter varade avbrottet hela natten. Detta medför att antalet mätningar från mätomgång två är något begränsad och stora tidsglapp uppkommer. Bäst hade givetvis varit att mäta andra dagar men det upptäcktes sent att service skulle ske och det var dessa dagar mätutrustning fanns tillgänglig för samtliga mätningar på tre punkter.

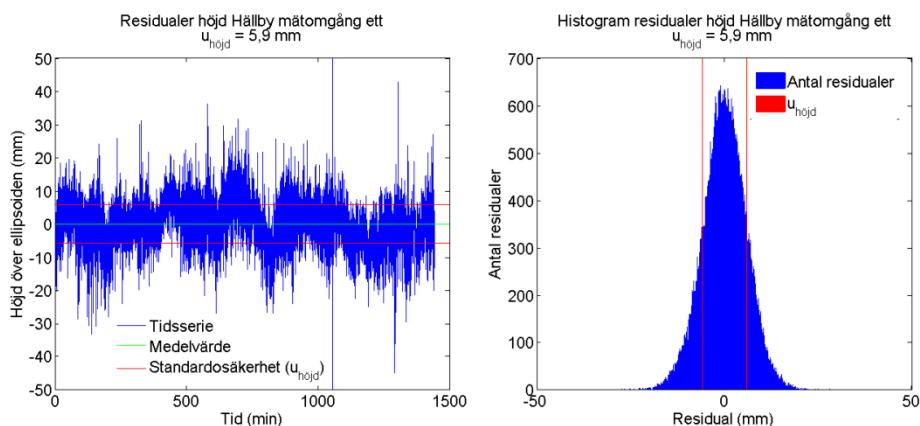
Mätomgång tre

Det var mulet väder med tidvis regn och temperaturer mellan + 5° C och + 8° C vilket inte bör ha någon större inverkan på resultatet.

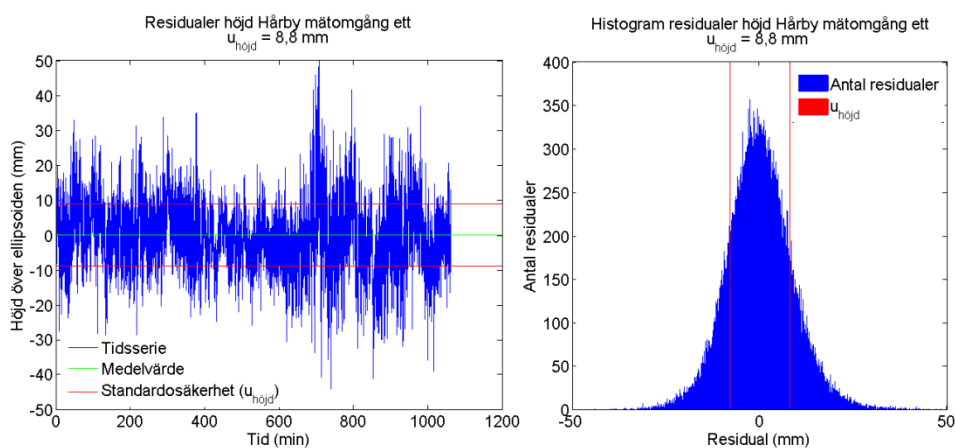
Mätningarna genomfördes utan problem vid Hällby och Björkhagen. Mätningen vid Hårby hade tappat kontakten med SWEPOS under natten av oklar anledning och behövdes startas om på morgonen.

Det gav ett glapp på ca tre timmar. Dock har som tidigare nämnts omgång tre ett antal mätningar med stora residualer.

Bilaga 2: Fördelning av mätningar



Figur 30: Fördelning av höjdresidualer vid Hällby mätomgång ett.



Figur 31: Fördelning av höjdresidualer vid Hårby mätomgång ett.

Tabell 31: Procent av mätningarna i Uppland med northingresidualer < 1, 2 och 3 gånger standardosäkerheten u .

Mätomgång	n	u_N (mm)	Procent < $3u_N$	Procent < $2u_N$	Procent < u_N
Hällby ett	86151	2,9	99,46	95,37	69,65
Hårby ett	63552	4,7	99,45	95,34	69,71
Björkhagen ett	86355	4,5	99,23	94,72	71,90
Hällby två	46299	3,2	99,31	95,35	67,04
Hårby två	46453	4,8	99,42	94,71	66,86
Björkhagen två	80188	4,1	99,44	94,79	68,49
Hällby tre	96312	3,2	99,60	96,00	74,12
Hårby tre	73156	6,5	99,23	95,97	76,48
Björkhagen tre	90079	7,1	99,26	97,53	79,74

Tabell 32: Procent av mätningarna i Uppland med eastingresidualer < 1, 2 och 3 gånger standardosäkerheten u .

Mätomgång	n	u_E (mm)	Procent < $3u_E$	Procent < $2u_E$	Procent < u_E
Hällby ett	86151	2,0	99,42	95,41	70,02
Hårby ett	63552	2,9	99,30	94,83	70,82
Björkhagen ett	86355	3,3	99,41	94,71	70,35
Hällby två	46299	2,3	99,52	95,42	69,47
Hårby två	46453	3,2	99,54	95,29	69,50
Björkhagen två	80188	2,8	99,46	94,94	70,27
Hällby tre	96312	2,4	99,64	95,39	68,48
Hårby tre	73156	4,2	99,27	95,48	73,22
Björkhagen tre	90079	4,9	99,46	96,21	76,81

Tabell 33: Fördelning av de n antal mätningarnas northingresidualer från monitorstationen uppdelat på dag ett och dag ett till tio i varje månad samt hela månaden. Procent av antalet mätningar med residualer < 1, 2 och 3 gånger u_N .

Samtliga fixlösningar har använts vid beräkningen.

Mätomgång	n	u_N (mm)	Procent < $3u_N$	Procent < $2u_N$	Procent < u_N
1 jan	76318	9,3	99,71	95,79	68,36
1 feb	78153	8,9	99,46	95,90	69,57
1 mars	77466	14,8	99,88	99,63	90,84
1-10 jan	735259	9,4	99,52	94,97	70,28
1-10 feb	719905	10,9	99,76	98,08	79,01
1-10 mars	737646	10,0	99,72	97,21	73,57
Januari	2261093	9,8	99,69	96,97	75,12
Februari	1972565	12,1	99,81	98,72	82,78
Mars	2174587	13,0	99,93	99,22	84,49

Tabell 34: Fördelning av de n antal mätningarnas eastingresidualer från monitorstationen uppdelat på dag ett och dag ett till tio i varje månad samt hela månaden. Procent av antalet mätningar med residualer < 1, 2 och 3 gånger u_E .

Samtliga fixlösningar har använts vid beräkningen.

Mätomgång	n	u_E (mm)	Procent < $3u_E$	Procent < $2u_E$	Procent < u_E
1 jan	76318	6,7	99,45	95,70	69,27
1 feb	78153	6,7	99,77	95,71	69,80
1 mars	77466	8,7	99,83	98,35	80,10
1-10 jan	735259	7,0	99,56	95,55	69,78
1-10 feb	719905	9,8	99,92	99,16	86,10
1-10 mars	737646	7,4	99,72	95,80	70,45
Januari	2261093	9,3	99,92	99,04	83,34
Februari	1972565	9,5	99,88	98,98	83,35
Mars	2174587	9,0	99,89	98,46	78,81

Bilaga 3: Grundläggande statistik statistiska mätningar i Uppland

Tabell 35: Grundläggande statistik för mätomgång ett. Standardosäkerhet (u), medelavvikelse mot de kända koordinaterna ($\bar{\epsilon}$) och RMS för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden.

Mätomgång ett (Antal mätningar)	u_N (mm)	u_E (mm)	u_{plan} (mm)	$u_{höjd}$ (mm)	$\bar{\epsilon}_N$ (mm)	$\bar{\epsilon}_E$ (mm)	$\bar{\epsilon}_{plan}$ (mm) (riktning (°))	$\bar{\epsilon}_{höjd}$ (mm)
Hällby (86151)	2,9	2,0	3,5	5,9	2,0	-2,2	2,9 (-48)	-13,6
Hårby (63552)	4,7	2,9	5,5	8,8	10,8	2,1	11,0 (11)	-9,2
Björkhagen (86355)	4,5	3,3	5,6	9,3	-2,3	1,5	2,8 (147)	-16,2
Mätomgång ett (Antal mätningar)	RMS_N (mm)	RMS_E (mm)	RMS_{plan} (mm)	$RMS_{höjd}$ (mm)				
Hällby (86151)	3,5	3,0	4,6	14,9				
Hårby (63552)	11,7	3,5	12,3	12,8				
Björkhagen (86355)	5,1	3,6	6,3	18,7				

Tabell 36: Grundläggande statistik för mätomgång två. Standardosäkerhet (u), medelavvikelse mot de kända koordinaterna ($\bar{\epsilon}$) och RMS för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden.

Mätomgång två (Antal mätningar)	u_N (mm)	u_E (mm)	u_{plan} (mm)	$u_{höjd}$ (mm)	$\bar{\epsilon}_N$ (mm)	$\bar{\epsilon}_E$ (mm)	$\bar{\epsilon}_{plan}$ (mm) (riktning (°))	$\bar{\epsilon}_{höjd}$ (mm)
Hällby (46299)	3,2	2,3	3,9	6,5	0,8	0,1	0,1 (16)	-11,5
Hårby (46453)	4,8	3,2	5,8	8,6	3,1	4,1	5,1 (53)	-8,3
Björkhagen (80188)	4,1	2,8	5,0	9,0	-1,6	-1,9	2,5 (230)	-12,2
Mätomgång två (Antal mätningar)	RMS_N (mm)	RMS_E (mm)	RMS_{plan} (mm)	$RMS_{höjd}$ (mm)				
Hällby (46299)	3,5	2,3	4,2	13,3				
Hårby (46453)	5,8	5,2	7,8	11,9				
Björkhagen (80188)	4,6	3,4	5,7	15,1				

Tabell 37: Grundläggande statistik för mätomgång tre. Standardosäkerhet (u), medelavvikelse mot de kända koordinaterna ($\bar{\epsilon}$) och RMS för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden.

Mätomgång tre (Antal mätningar)	u_N (mm)	u_E (mm)	u_{plan} (mm)	$u_{höjd}$ (mm)	$\bar{\epsilon}_N$ (mm)	$\bar{\epsilon}_E$ (mm)	$\bar{\epsilon}_{plan}$ (mm) (riktning (°))	$\bar{\epsilon}_{höjd}$ (mm)
Hällby (96311)	3,2	2,4	4,0	7,9	1,3	-3,2	3,4 (292)	-13,1
Hårby (73112)	6,1	4,1	7,3	10,9	11,5	-2,8	11,8 (346)	-8,3
Björkhagen (89931)	6,0	4,8	7,7	12,5	-1,6	-3,0	3,4 (241)	-20,6
Mätomgång tre (Antal mätningar)	RMS_N (mm)	RMS_E (mm)	RMS_{plan} (mm)	$RMS_{höjd}$ (mm)				
Hällby (96311)	3,6	4,0	5,4	15,3				
Hårby (73112)	13,0	5,0	13,9	13,7				
Björkhagen (89931)	6,4	5,7	8,6	24,2				

Bilaga 4: Grundläggande statistik monitoradata

Tabell 38: Grundläggande statistik för monitoradata. Standardosäkerhet (u), medelavvikelse mot de kända koordinaterna ($\bar{\epsilon}$) och RMS för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden. Baserat på den första dagen varje månad.

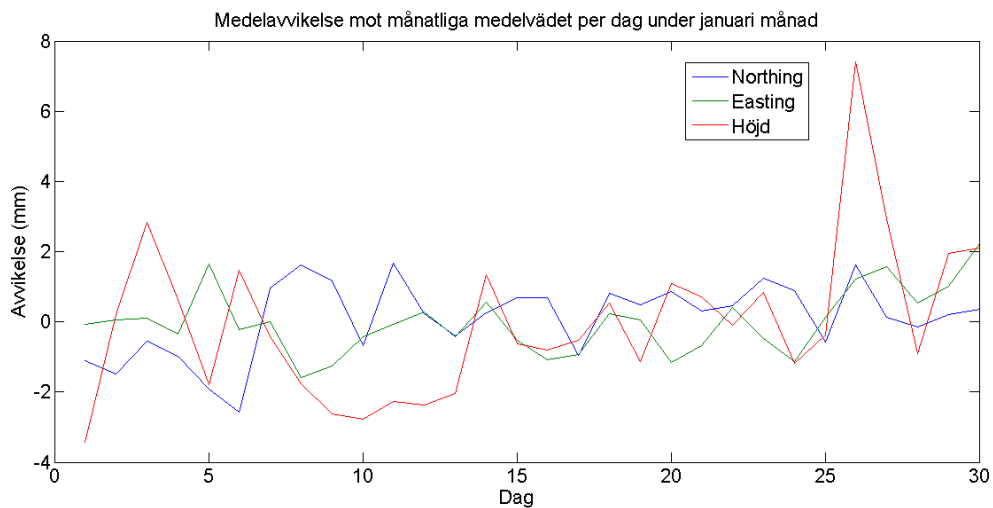
Datum (Antal mätningar)	u_N (mm)	u_E (mm)	u_{plan} (mm)	$u_{höjd}$ (mm)	$\bar{\epsilon}_N$ (mm)	$\bar{\epsilon}_E$ (mm)	$\bar{\epsilon}_{plan}$ (mm) (riktning (°))	$\bar{\epsilon}_{höjd}$ (mm)
1 jan (76314)	9,3	6,6	11,4	16,9	-4,7	-5,2	7,0 (228)	-27,1
1 feb (78153)	8,9	6,7	11,1	17,9	-2,7	-3,7	4,6 (234)	-23,1
1 mars (77448)	14,8	8,7	17,2	19,4	-2,7	-4,6	5,3 (241)	-24,8
Datum (Antal mätningar)	RMS_N (mm)	RMS_E (mm)	RMS_{plan} (mm)	$RMS_{höjd}$ (mm)				
1 jan (76314)	10,6	8,4	13,5	32,0				
1 feb (78153)	9,5	7,7	12,2	29,2				
1 mars (77448)	9,7	8,5	12,9	31,3				

Tabell 39: Grundläggande statistik för monitoradata. Standardosäkerhet (u), medelavvikelse mot de kända koordinaterna ($\bar{\epsilon}$) och RMS för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden. Baserat på de 10 första dagarna per månad.

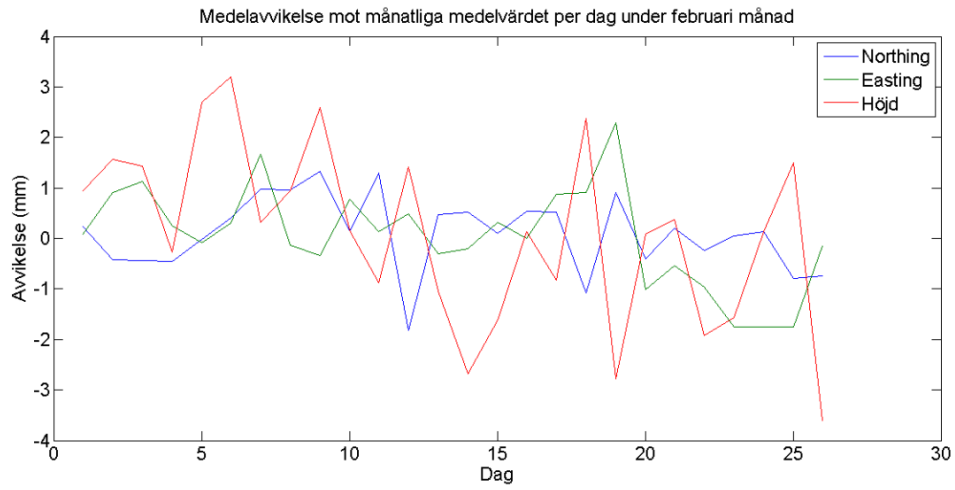
Datum (Antal mätningar)	u_N (mm)	u_E (mm)	u_{plan} (mm)	$u_{höjd}$ (mm)	$\bar{\epsilon}_N$ (mm)	$\bar{\epsilon}_E$ (mm)	$\bar{\epsilon}_{plan}$ (mm) (riktning (°))	$\bar{\epsilon}_{höjd}$ (mm)
1-10 jan (735235)	9,4	6,9	11,7	19,3	-4,1	-5,4	6,8 (217)	-24,3
1-10 feb (719791)	9,1	6,9	11,4	19,3	-2,5	-3,3	4,1 (233)	-22,6
1-10 mars (737555)	9,1	7,2	11,6	20,2	-3,4	-5,0	6,1 (214)	-25,1
Datum (Antal mätningar)	RMS_N (mm)	RMS_E (mm)	RMS_{plan} (mm)	$RMS_{höjd}$ (mm)				
1-10 jan (735235)	10,4	8,8	13,6	31,0				
1-10 feb (719791)	9,6	7,7	12,3	29,8				
1-10 mars (737555)	9,9	8,8	13,3	32,2				

Tabell 40: Grundläggande statistik för monitordata. Standardosäkerhet (u), medelavvikelse mot de kända koordinaterna ($\bar{\epsilon}$) och RMS för northing, easting, plan och höjd över ellipsoiden. Baserat på hela månader.

Månad (Antal mätningar)	u_N (mm)	u_E (mm)	u_{plan} (mm)	$u_{höjd}$ (mm)	$\bar{\epsilon}_N$ (mm)	$\bar{\epsilon}_E$ (mm)	$\bar{\epsilon}_{plan}$ (mm) (riktning (°))	$\bar{\epsilon}_{höjd}$ (mm)
Januari (2260745)	8,9	7,0	11,3	19,1	-3,3	-5,1	6,2 (237)	-23,8
Februari (1972056)	9,1	7,0	11,5	19,5	-2,5	-3,8	4,6 (237)	-24,2
Mars (2174279)	9,3	7,3	11,8	20,7	-3,3	-4,9	5,9 (236)	-22,9
Månad (Antal mätningar)	RMS_N (mm)	RMS_E (mm)	RMS_{plan} (mm)	$RMS_{höjd}$ (mm)				
Januari (2260745)	9,7	8,7	13,0	30,5				
Februari (1972056)	9,7	8,0	12,6	31,1				
Mars (2174587)	10,1	8,8	13,4	30,9				

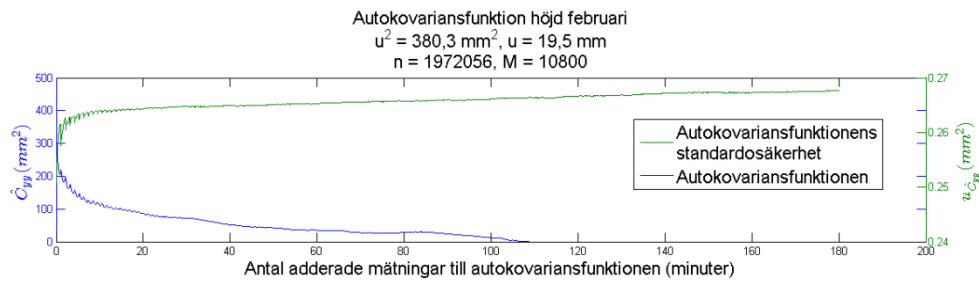


Figur 32: Medelavvikelse mot det månatliga medelvärdet beräknat för varje dag under januari månad för northing, easting och höjd över ellipsoiden.

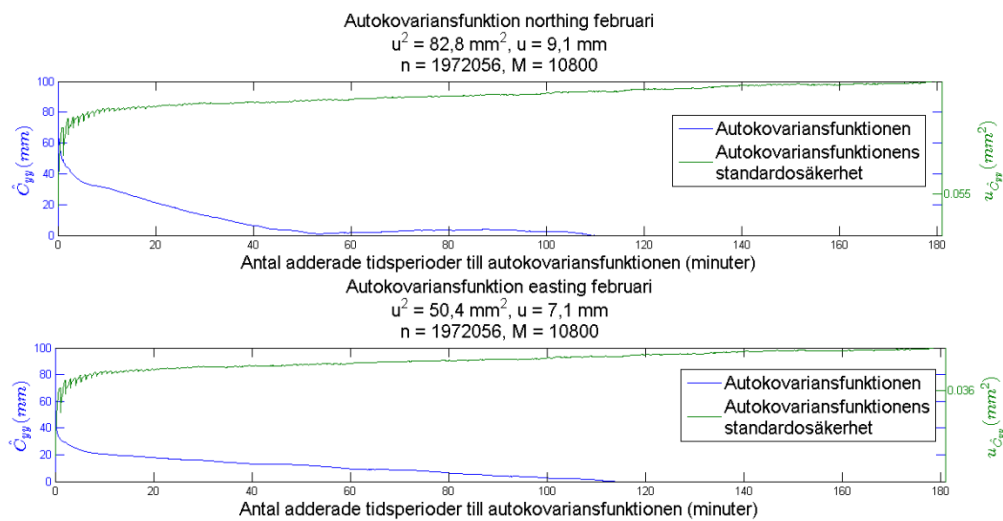


Figur 33: Medelavvikelse mot det månatliga medelvärdet beräknat för varje dag under februari månad för northing, easting och höjd över ellipsoiden.

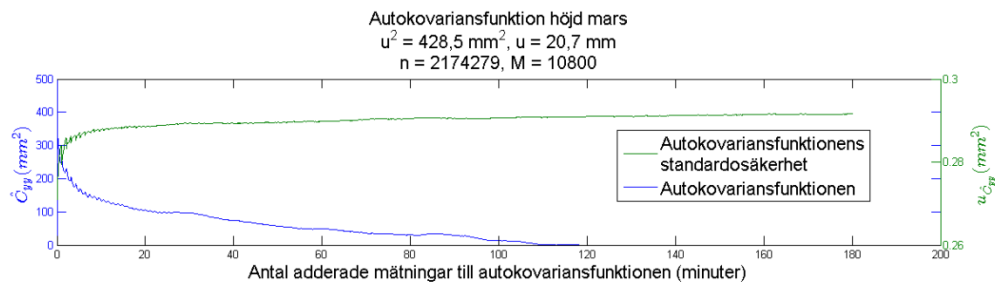
Bilaga 5: Autokovariansfunktionen



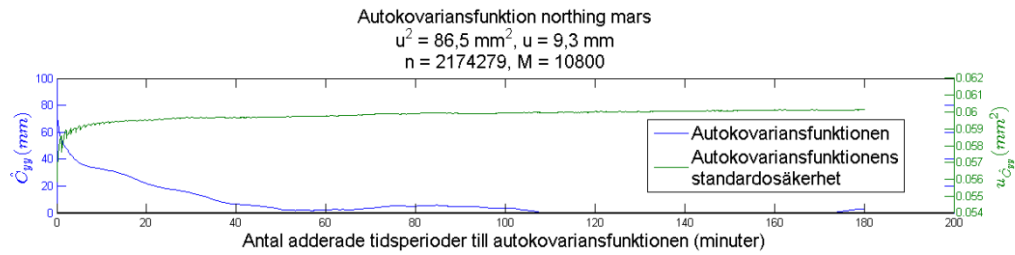
Figur 34: Autokovariansfunktionen \hat{C}_{yy} (blå) för höjd för februari månad och dess standardosäkerhet $u_{\hat{C}_{yy}}$ (grön). $u^2 =$ mätningarnas varians, $u =$ mätningarnas standardosäkerhet, $n =$ antalet mätningar och $M =$ antalet adderade tidsperioder.



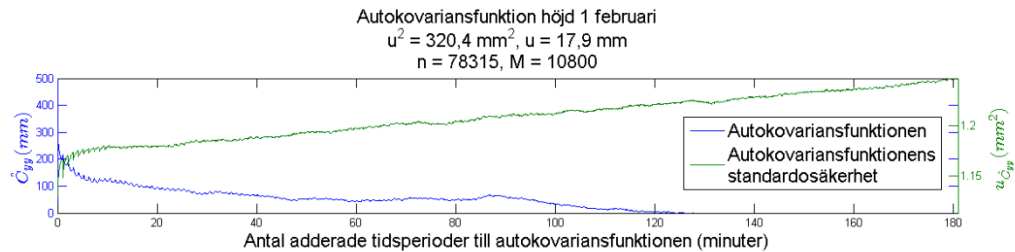
Figur 35: Autokovariansfunktionen \hat{C}_{yy} (blå) för northing (överst) och easting för februari månad och dess standardosäkerhet (grön) $u_{\hat{C}_{yy}}$. $u^2 =$ mätningarnas varians, $u =$ mätningarnas standardosäkerhet, $n =$ antalet mätningar och $M =$ antalet adderade tidsperioder.



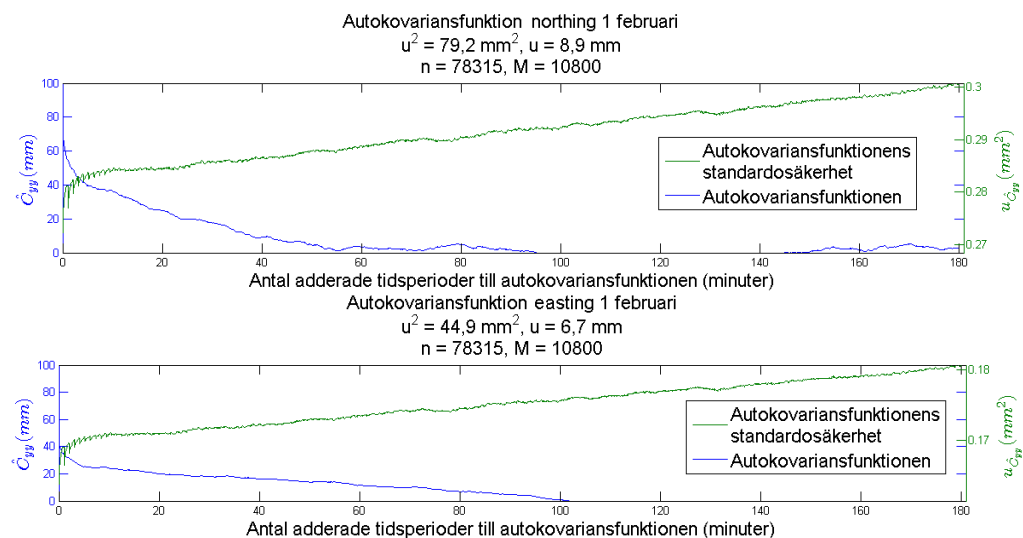
Figur 36: Autokovariansfunktionen \hat{C}_{yy} (blå) för höjd för mars månad och dess standardosäkerhet $u_{\hat{C}_{yy}}$ (grön). $u^2 =$ mätningarnas varians, $u =$ mätningarnas standardosäkerhet, $n =$ antalet mätningar och $M =$ antalet adderade tidsperioder.



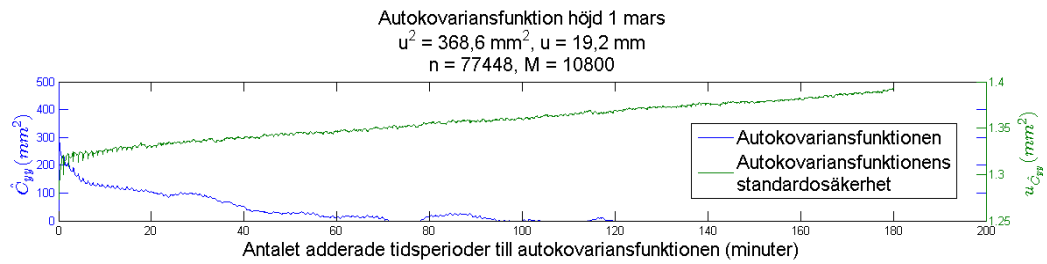
Figur 37: Autokovariansfunktionen \hat{C}_{yy} (blå) för northing (överst) och easting för mars månad och dess standardosäkerhet (grön) $u_{\hat{C}_{yy}}$. $u^2 =$ mätningarnas varians, $u =$ mätningarnas standardosäkerhet, $n =$ antalet mätningar och $M =$ antalet adderade tidsperioder.



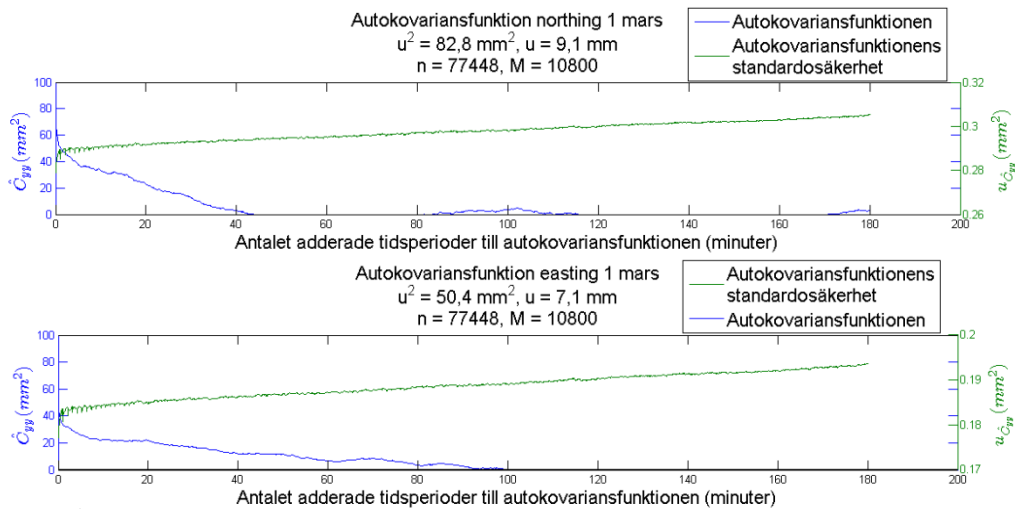
Figur 38: Autokovariansfunktionen \hat{C}_{yy} (blå) för höjd för 1 februari och dess standardosäkerhet $u_{\hat{C}_{yy}}$ (grön). $u^2 =$ mätningarnas varians, $u =$ mätningarnas standardosäkerhet, $n =$ antalet mätningar och $M =$ antalet adderade tidsperioder.



Figur 39: Autokovariansfunktionen \hat{C}_{yy} (blå) för northing (överst) och easting för 1 februari och dess standardosäkerhet (grön) $u_{\hat{C}_{yy}}$. $u^2 =$ mätningarnas varians, $u =$ mätningarnas standardosäkerhet, $n =$ antalet mätningar och $M =$ antalet adderade tidsperioder.



Figur 40: Autokovariansfunktionen \hat{C}_{yy} (blå) för höjd för 1 februari och dess standardosäkerhet $u_{\hat{C}_{yy}}$ (grön). $u^2 =$ mätningarnas varians, $u =$ mätningarnas standardosäkerhet, $n =$ antalet mätningar och $M =$ antalet adderade tidsperioder.



Figur 41: Autokovariansfunktionen \hat{C}_{yy} (blå) för northing (överst) och easting för 1 mars och dess standardosäkerhet (grön) $u_{\hat{C}_{yy}}$. $u^2 =$ mätningarnas varians, $u =$ mätningarnas standardosäkerhet, $n =$ antalet mätningar och $M =$ antalet adderade tidsperioder.

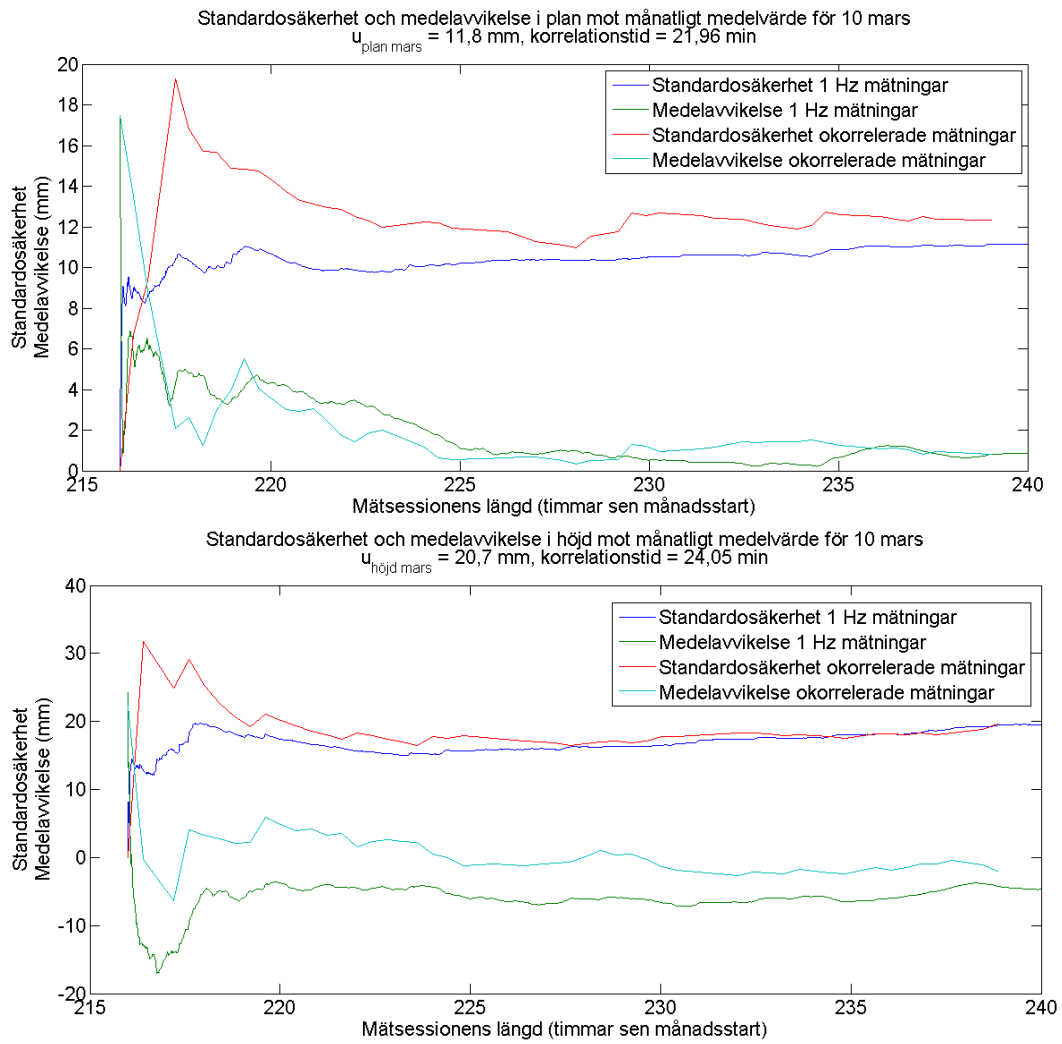
Bilaga 6: Korrelationstider

Tabell 41: Korrelationstid (Ω) för plan baserat på en månads monitordata och respektive standardosäkerhet (u). (M = 3300 här, M = 3600 i rapporten).

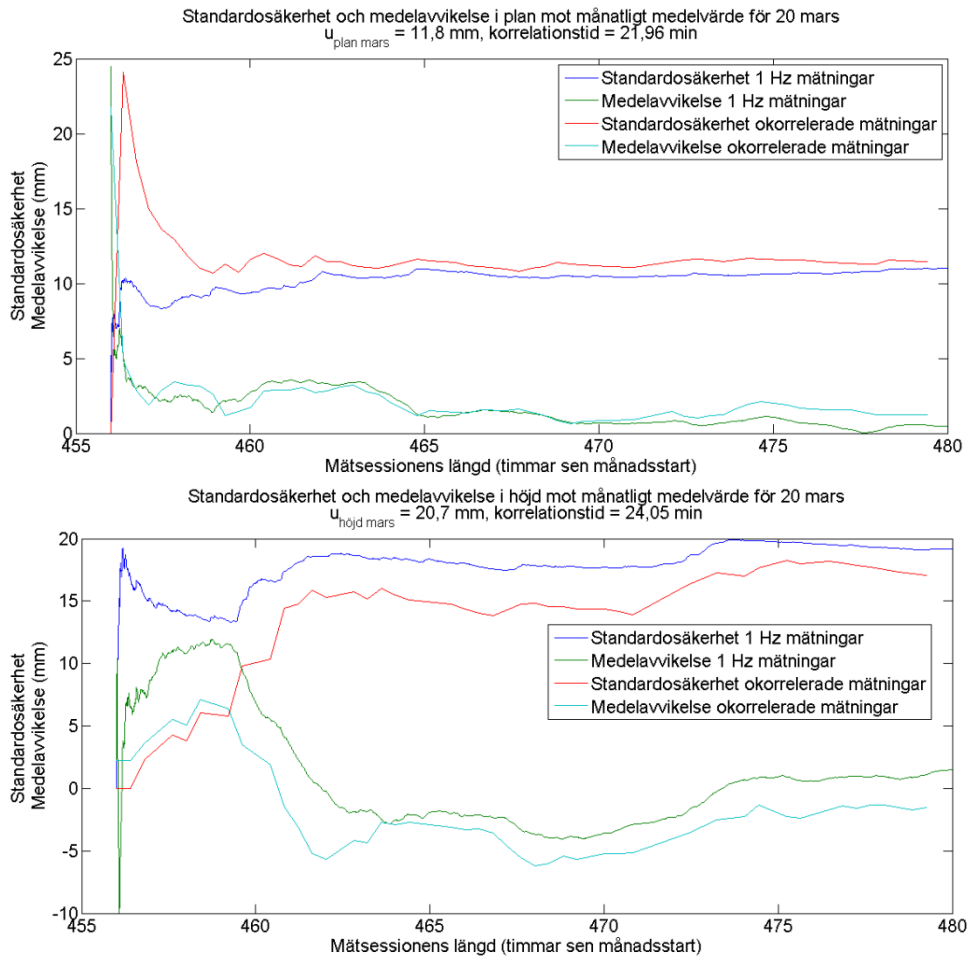
	n	M	Ω_N (min)	u_{Ω_N} (min)	Ω_E (min)	u_{Ω_E} (min)	Ω_{plan} (min)	$u_{\Omega_{plan}}$ (min)
1-30 jan	2261093	3300	21,27	1,26	24,89	1,86	23,08	1,56
1-27 feb	1972565	3300	18,13	1,07	22,92	1,81	20,53	1,44
1-30 mars	2174587	3300	18,26	0,99	23,52	1,71	20,89	1,35
Medel			19,22	1,11	23,78	1,79	21,50	1,45

Tabell 42: Korrelationstid (Ω) för höjd baserat på en månads monitordata och respektive standardosäkerhet (u). (M = 4800 här, M = 5400 i rapporten).

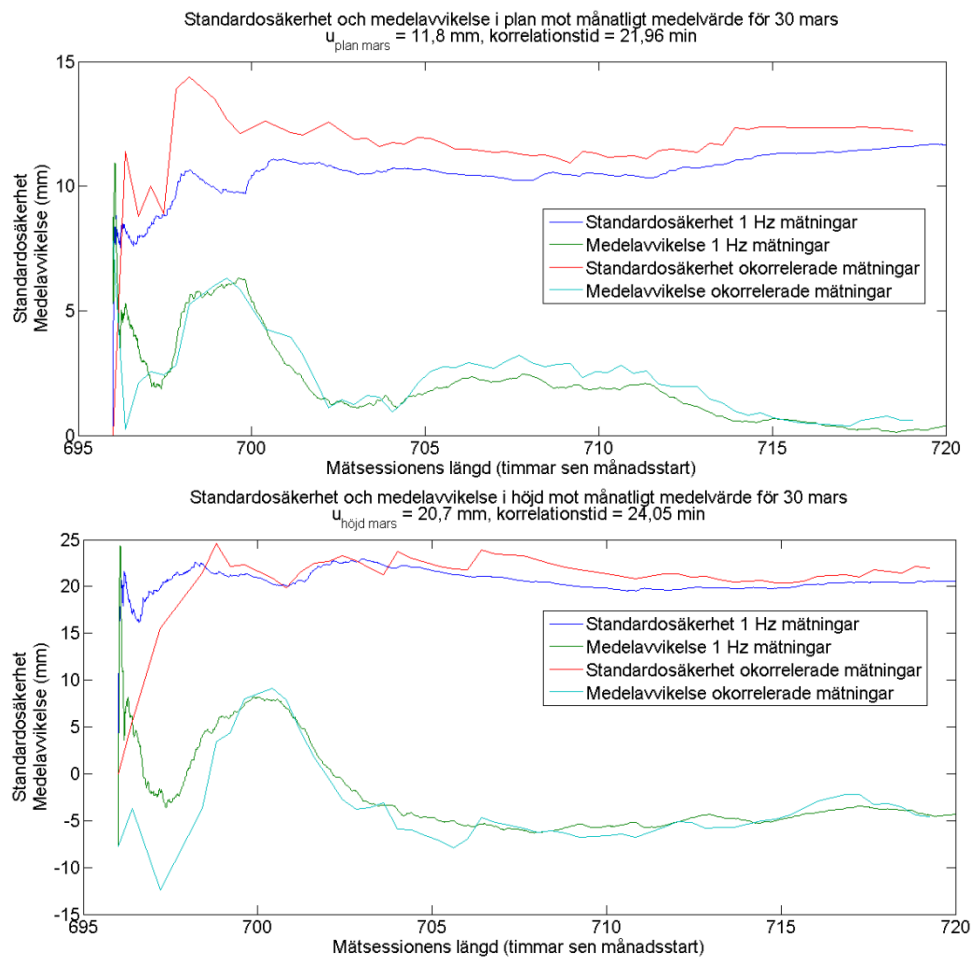
	n	M	$\Omega_{höjd}$ (min)	$u_{\Omega_{höjd}}$ (min)
1-30 jan	2261093	4800	22,20	1,89
1-27 feb	1972565	4800	20,54	1,88
1-30 mars	2174587	4800	22,60	2,07
Medel			21,78	1,95



Figur 42: Standardosäkerheten och medelavvikelsens variation beroende på antalet mätningar under ett dygn (10 mars) baserat på samtliga mätningar och enbart okorrelerade mätningar. Plan i övre delen och höjd i den nedre.



Figur 43: Standardosäkerheten och medelavvikelsens variation beroende på antalet mätningar under ett dygn (20 mars) baserat på samtliga mätningar och enbart okorrelerade mätningar. Plan i övre delen och höjd i den nedre.



Figur 44: Standardosäkerheten och medelavvikelsens variation beroende på antalet mätningar under ett dygn (30 mars) baserat på samtliga mätningar och enbart okorrelerade mätningar. Plan i övre delen och höjd i den nedre.

Rapporter i geodesi och geografiska informationssystem från Lantmäteriet

- 2009:1 Ågren Jonas: Beskrivning av de nationella geoidmodellerna SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70.
- 2009:2 Odolinski Robert & Sunna Johan: Detaljmätning med nätverks-RTK – en noggrannhetsundersökning.
- 2009:4 Fridén Anders & Persson Ann-Katrin: Realtidsuppdaterad etablering av fri station – ett fälttest med radioutsänd projektanpassad nätverks-RTK.
- 2009:5 Bosrup Susanna & Illerstam Jenny: Restfelshantering med Natural Neighbour och TRIAD vid byte av koordinatsystem i plan och höjd.
- 2010:1 Reit Bo-Gunnar: Om geodetiska transformationer (finns även på engelska med titeln *On geodetic transformations*).
- 2010:2 Odolinski Robert: Studie av noggrannhet och tidskorrelationer vid mätning med nätverks-RTK.
- 2010:3 Odolinski Robert: Checklista för nätverks-RTK.
- 2010:4 Eriksson Per-Ola (ed.): Höjdmätning med GNSS – vägledning för olika mätsituationer.
- 2010:5 Eriksson Per-Ola (ed.): Anslutning av lokala höjdnät till RH 2000 med GNSS-stommätning.
- 2010:6 Engfeldt Andreas & Odolinski Robert: Punktbestämning i RH 2000 – statisk GNSS-mätning mot SWEPOS.
- 2010:7 Lord Jonas: Test av GNSS-mottagare från DataGrid.
- 2010:11 Ågren Jonas & Engberg Lars E: Om behovet av nationell geodetisk infrastruktur och dess förvaltning i framtiden.
- 2011:2 Jansson Jakob: Undersökning av mätosäkerheten i det förtätade SWEPOS-nätet i Stockholmsområdet – vid mätning med nätverks-RTK.
- 2011:3 Liu Ke: A study of the possibilities to connect local levelling networks to the Swedish height system RH 2000 using GNSS.
- 2012:3 Lundell Rebecka: Undersökning av nätverks-RTK-meddelande tillsammans med olika GNSS-mottagare – vid nätverks-RTK-mätning i SWEPOS nät av fasta referensstationer.
- 2014:2 Vestøl Olav, Eriksson Per-Ola, Jepsen Casper, Keller Kristian, Mäkinen Jaakko, Saaranen Veikko, Valsson Guðmundur, Hoftuft Olav: Review of current and near-future levelling technology – a study project within the NKG working group of Geoid and Height Systems.

LANTMÄTERIET



Vaktmästeriet 801 82 GÄVLE Tfn 026 - 65 29 15 Fax 026 - 68 75 94
Internet: www.lantmateriet.se