



**Lantmäteriet**  
Lantmäteriverket - National Land Survey  
S - 801 82 GÄVLE · SWEDEN

**Tekniska skrifter - Professional Papers**

LMV-RAPPORT 1994:14

ISSN 0280-5731

---

# **REGIONALT STUDIUM AV RIKSNÄTEN MED GPS**

**En homogenitets- och transformationsstudie**

**Examensarbete av Michael Johnson, KTH**

**1994**

Lantmäteriverkets senaste Tekniska skrifter i geodesi

- 1990:10 Hedling G, Jivall L, Jonsson B: Results and Experiences from GPS Measurements 1987-1990 - SVENAV-87, Local Control Networks and Dual-frequency Measurements.
- 1990:11 Jonsson B & Jivall L: Experiences from Kinematic GPS Measurements.
- 1990:13 Jivall L & Ollvik L: BFR-projektet "Pseudo-kinematisk/kinematisk GPS-mätning för geodetiska tillämpningar" - lägesrapport för etapp 1.
- 1991:1 Ekman M: Ellipsoider, geoider, koordinatsystem, höjdsystem och tyngdkraftssystem i Sverige.
- 1991:4 Jonsson B: Kort introduktion till GPS.
- 1991:7 Becker J-M & Andersson B: Utvärdering av NA 2000 - nytt digitalt avvägningsinstrument. (Engelsk version 1991:15.)
- 1991:8 Lithén T & Persson C-G: Planering av GPS-nät.
- 1991:17 Jivall L: Jämförande GPS-beräkningar med TRIMVEC-PLUS.
- 1991:18 Jivall L: GPS-beräkning för stomnät. (Engelsk version 1991:22.)
- 1992:10 Ekman M: Om lokala massors inverkan på geoiden. (On the Effect of Local Masses on the Geoid - Summary in English.)
- 1992:14 Hedling G, Jivall L, Jonsson B, Andreasson J: Some Swedish GPS Activities 1991 - Geodetic Control Surveying, Aerial Photography and a Swedish DGPS Network.
- 1992:21 Eurenus B & Norin D: GPS inom förrättningsmätning.
- 1993:1 Ekman M: Geoiden i Sverige och geoidhöjdssystemet RN 92.
- 1993:2 Ottoson C: Undersökning av Wild GPS-system 200 - GPS-mottagare samt tillhörande programvara.
- 1993:4 Jivall L & Ottoson C: Jämförelse mellan Leicas och Ashtechs GPS-System.
- 1993:5 Svensson R: Utvärdering av geodetiska nät-utjämningsprogram på PC.
- 1993:7 Hedling G & Jonsson B: PREF - a test of a Swedish network of reference stations for positioning.
- 1994:10 Johnson M: Regionalt studium av riksnäten med GPS - en homogenitets- och transformationsstudie.



Titel

REGIONALT STUDIUM AV RIKSNÄTEN MED GPS

- En homogenitets- och transformationsstudie

av Michael Johnson

Huvudinnehåll

Detta examensarbete behandlar regionalt studium av de terrestra riksnäten samt transformation av GPS-genererade positioner. Data för studien har insamlats m.h.a. GPS-observationer på tre fasta referensstationer och egna GPS-mätningar på mellanliggande triangelpunkter. Dessutom presenteras flera referenssystem: ITRF, EUREF, SWEREF 93 och RR 92.

Undertecknade har fungerat som handledare för arbetet.

Tomas Egeltoft  
Institutionen för  
geodesi och  
fotogrammetri  
KTH, Stockholm

Bo Jonsson  
Kartavdelningen  
Geodetiska  
utvecklingsenheten  
LMV, Gävle

---

LDOK

Kg satellitgeodesi

---

Beställs hos



Lantmäteriverket  
Blankettförrådet  
801 82 GÄVLE



Allmänna Förlaget





## FÖRORD

Det globala navigations- och positioneringssystemet GPS kommer inom snar framtid att vara fullt utbyggt. Systemet består idag av 26 satelliter. Antalet användare ökar ständigt. En stor del av användarna i Sverige transformerar sina GPS-positioner till riksnäten. Referenssystem och transformation av positioner har och kommer att ha en central betydelse vid användning av GPS.

Detta examensarbete behandlar regionalt studium av de terrestra riksnäten samt transformationer av GPS-koordinater. Data för studien har insamlats från tre fasta referensstationer och egna GPS-mätningar på mellanliggande triangelpunkter. Rapportens innehåll förutsätter kunskaper inom ämnet geodesi och kännedom om bärvågsmätning med GPS.

Examensarbetet utgör slutet för mina studier vid Kungliga Tekniska Högskolan i Stockholm. Det har utförts på geodetiska utvecklingsenheten, kartavdelningen vid Lantmäteriverket. Jag vill här passa på att tacka all personal på geodetiska utvecklingsenheten och geodetiska enheten, Lantmäteriverket, för deras hjälpsamhet och vänliga bemötande. Ett speciellt tack riktas till Bo-Gunnar Reit, Lotti Jivall och Bo Jonsson som med tålamod besvarat mina frågor och funderingar. Tack till Jan Lindström och Johan Larsson, geodetiska enheten, som hjälpte mig med fältarbetet. Ett tack riktas även till Tomas Egeltoft KTH, som har granskat rapporten.

Handledare för examensarbetet har varit :

Tomas Egeltoft  
Institutionen för geodesi  
och fotogrammetri  
Kungliga tekniska högskolan  
Stockholm

Bo Jonsson (Samordnare)  
Geodetiska utvecklingsenheten  
Kartavdelningen  
Lantmäteriverket  
Gävle

Gävle en februarikväll 1994

Michael Johnson



## SAMMANFATTNING

Denna rapport redovisar en regional studie av riksnäten, främst RT 90 och RR 92. Syftet är att söka besvara frågeställningar om hur homogena riksnäten är regionalt i plan och i höjd. Undersökningen är relaterad till Lantmäteriverkets framtagande av ett transformations-samband mellan GPS-referenssystemet SWEREF 93 och RR 92. Då rapporten behandlar studium och användning av olika referenssystem så inleds den med en beskrivning av dessa. Såväl referenssystem för GPS som terrestra referenssystem behandlas. Referenssystemen SWEREF 93, ITRF, EUREF och RR 92 presenteras. Studien har anknytning till Lantmäteriverkets projekt med fasta referensstationer, därför redovisas läget för detta projekt.

Studien har utförts så att ett regionalt kontrollnät baserat på GPS-mätningar har upprättats. Data från tre fasta referensstationer samt inom projektet utförda GPS-mätningar på mellanliggande riksnätspunkter utnyttjas. Referensstationerna är Lovö, Mårtsbo och Norrköping. Nätet byggs upp av baslinjer med längder mellan 20 och 230 kilometer. I syfte att erhålla högsta noggrannhet används bärvågsmätning på två frekvenser samt efterberäknade banddata för GPS-satelliterna från International GPS Service for Geodynamics (IGS). Slutliga koordinater från en nätutjämnning av GPS-data används som referens vid jämförelser med RT 90 och RR 92. Jämförelserna har utförts främst med inpassningar, men även en separat skalstudie har utförts. Då transformationer används frekvent ligger det nära till hands att parallellt studera transformationer av GPS-data till riksnäten. Transformationsstudien har utförts som jämförelser mellan transformationssamband som har en regional eller en rikstäckande definition. Dessutom redovisas en metod för restfelsinterpolation efter Helmerttransformation : kollokation.

Efterberäknade banddata från IGS tillsammans med jonosfärsfri linjärkombination är kraftfulla medel för att höja noggrannheten i längre baslinjer. Dessa medel gör baslinjelängderna i princip skaloberoende på regionala avstånd. En mycket hög repeterbarhet erhålls. I plan har GPS-nätet fått hög noggrannhet, punktmedelfel på 1-2 cm har erhållits. I höjd blir resultaten något sämre p.g.a. bristfällig troposfärmodellering.

I studien av riksnäten har RT 90 visats sig hålla en hög noggrannhet. Bruset är regionalt upp till 5 cm, ( $7750 \text{ km}^2$ ). RT 90 har alltså en acceptabel regional homogenitet. RR 92 har en regional brusnivå på 5-10 cm, felen ligger främst i geoidmodellen.

Jämförelsen mellan rikstäckande och regionalt definierad Helmerttransformation indikerar att ett rikstäckande transformationssamband ger transformationsfel i området för studien på ca 1 decimeter i plan och något mer i höjd. Ett regionalt definierat transformationssamband erhåller på samma punkter transformationsfel på ca 5 cm i plan och det dubbla i höjd.





## ABSTRACT

The objective of this Master of Science thesis "Regional study of the Swedish national networks with GPS" is to study the homogeneity of the national networks RT 90 and RR 92. A study on transformation of GPS-data to Swedish datum is also presented. The report enters with a description of some reference systems, especially for GPS, and the Swedish DGPS network, SWEPOS.

The study of the national networks started with establishment of a control network by means of GPS. The GPS observations origin from three reference stations in the SWEPOS-network and temporary GPS stations coincident with triangulations sites in the national network RT 90. The control network will then consist of baselines between 20 to 230 km. To obtain high accuracy, phase measurements on dual-frequency and precise ephemeris from International GPS Service for geodynamics (IGS) were used. The definitive coordinates from adjustment of the GPS baselines are used as reference when studying the national networks. The Helmerttransformation model is used frequently as a tool for comparing the national network with GPS-data. The transformation study is performed by comparing national and regional defined Helmerttransformations. Furthermore, collocation is presented as a method for residual compensation.

Precise ephemeris together with ionospheric-free linear combination of the carrier signals L1 and L2 are powerful means for increasing the accuracy in long baselines. These two means make the baseline accuracy nearly independent of scale. For the plane coordinates, the regional control network sites obtain high accuracy, down to 1-2 cm radial standard error have been obtained. For the vertical component poorer results have been obtained owing to the troposphere variations which is hard to model.

In the study of the national network RT 90, the results indicate an acceptable homogeneity. The regional noise in the area for study is up to 5 cm. The threedimensional datum RR 92 have a noise level of 5-10 cm mainly due to the geoid model RN 92.

Comparison of national and regional Helmerttransformation indicates that a national defined Helmerttransformation in the study area can result in ~10 cm transformation error in the plane component, in the vertical component up to 20 cm. A regional defined Helmerttransformation results in transformation error of ~5 cm in the horizontal component and ~10 cm in the vertical component.



# INNEHÅLLSFÖRTECKNING

FÖRORD  
SAMMANFATTNING  
ABSTRACT

1. INLEDNING.....	1
2. REFERENSSYSTEM.....	2
2.1 Referenssystem för GPS .....	2
2.2 Rikets Referenssystem 1992, RR92.....	5
2.2.1 RT 90.....	5
2.2.2 RH 70 .....	6
2.2.3 RN 92 .....	6
3. FASTA REFERENSSTATIONER, SWEREF 93 .....	7
4. INSAMLING AV GPSDATA .....	9
4.1 Planering av fältarbete.....	9
4.1.1 Urval av observationspunkter .....	9
4.1.2 Nätet.....	10
4.1.3 Tider och utrustning .....	11
4.1.4 Landskapet.....	11
4.2 Fältarbetet .....	11
5. BERÄKNING AV GPSDATA .....	13
5.1 Baslinjeberäkning.....	13
5.1.1 Baslinjer .....	13
5.1.2 Efterberäknade banddata .....	14
5.1.3 Atmosfärskorrekationer.....	15
5.1.4 Programvaran GPPS´s beräkningsgång .....	15
5.1.5 Beräkningen .....	16
5.2 Nätutjämning .....	18
5.2.1 Programvara.....	18
5.2.2 Viktsättning.....	18
5.2.3 Utjämningen .....	21
6. LIKFORMIG TRANSFORMATION I RUMMET .....	23
6.1 Problem med korrelerade parametrar .....	24
7. JÄMFÖRELSE AV GPSDATA MOT DOSE 93A.....	25
7.1 DOSE 93A .....	25
7.2 Koordinatdifferenser och skaljämförelse.....	25
7.3 Inpassningar .....	26
8. JÄMFÖRELSE GPSDATA MOT RR 92 REGIONALT .....	27
8.1 Datakvalitet .....	27
8.1.1 GPS-datas kvalitet.....	27
8.1.2 RR 92-datas kvalitet .....	28
8.2 Skaljäm förelse .....	29
8.3 Inpassningar .....	31
8.3.1 GPS - RR 92 .....	31
8.3.2 GPS - RH70, RN92.....	32
8.3.3 GPS - RT 90 .....	34
8.4 Restfel i plan.....	35
8.5 Punkten 107971.....	39



9. KOLLOKATION.....	39
9.1 Skattning av kovariansfunktionen.....	41
10. JÄMFÖRELSE RIKSTÄCKANDE-REGIONAL	
TRANSFORMATIONSFORMEL .....	43
10.1 Transformationer i planet .....	45
10.2 Transformationer i höjd.....	46
11. DISKUSSION & SLUTSATSER .....	47
11.1 GPS-data.....	47
11.2 Analys av RT 90 och RR 92.....	48
11.3 Transformationer .....	49
11.4 Slutord .....	51
REFERENSER.....	52

#### BILAGOR:

- I : Resultat baslinjeberäkning.
- II : Avståndsdifferenser, skalstudie.
- III : Geografiska koordinater RR 92.
- IV : Plana koordinater RR 92.
- V : Koordinater från GPS-data.
- VI : Restfelskartor redovisande restfelsvektorer i plan, 14 och 3 punkters inpassning.



## 1. INLEDNING

GPS-utrustning blir ett allt vanligare hjälpmedel för navigering och positionsbestämning. Tekniken utvecklas snabbt. För många tillämpningar är noggrannheten i absolut GPS-mätning allför låg. Positionsbestämning med GPS bättre än 10 meter kräver relativa mätningar (Jivall & Jonsson, 1993). Mätningen kan i många fall ske över långa avstånd vilket innebär att många användare skulle kunna dela på data från samma referensstation. Mot denna bakgrund har Lantmäteriverket beslutat att upprätta ett nät av fasta referensstationer samt ett nytt referenssystem, SWEREF 93, för i första hand GPS-mätning. SWEREF 93 skall utgöra ett gemensamt referenssystem för de fasta referensstationerna (Lantmäteriverket, 1993).

GPS-mottagare redovisar initialt positionen relativt WGS 84. Som GPS-användare är man ofta intresserad av att uttrycka sin position relativt ett nationellt koordinatsystem som sammanfaller med kartorna över landet. Önskvärt är ett enkelt transformationssamband täckande hela nationen. Med fasta referensstationer är det möjligt att erhålla decimeternoggrannhet i positionsbestämningen (Jivall & Jonsson, 1993). I samband med transformationen vill naturligtvis användaren undvika försämring av noggrannheten i så hög grad som möjligt. För närvarande existerar ett nationellt transformationssamband, SCANDOC, vilket beskriver sambandet mellan WGS 84 och RT 90/RH 70, se Hedling & Reit (1989). Denna transformation har emellertid inte så hög prestanda, passfelen i plan är upp till en meter, i höjd betydligt mer. Lantmäteriverkets avsikt är att inom kort upprätta ett nytt noggrannare transformationssamband, då mellan SWEREF 93 och RR 92. RR 92 är rikets referenssystem 1992, se rubrik 2.2.

För att Helmertransformationen, definierande sambandet mellan två referenssystem, ska fungera bra måste både "frånsystem" och "tillsystem" vara homogena i det geografiska täckningsområdet för transformationen. Koordinatsystemen måste vara likformiga för att likformighetstransformation skall passa som modell. Om så inte är fallet kommer transformationen att ha varierande prestanda beroende på positionen.

Det råder osäkerhet om RT 90's homogenitet. Reit (1988) uppskattar det relativa medelfelet till 1 - 2 ppm. Eurenus & Norin (1992) redovisar indikationer på regionala motsägelser i RT 90 samt skalskillnad mellan baslinjer från GPS-mätning och motsvarande i RT 90. Tillvägagångssättet vid beräkningen av RT 90, då plana koordinater ur två olika datum inpassades, se Reit (1988), kan ha givit okänd och oönskad distortion. Datumerna har olika ellipsoider med olika krökning och orientering.

Ett behov av att kontrollera Riksnätet föreligger således. GPS-tekniken har utvecklats i sådan grad att det blivit möjligt att mäta långa avstånd noggrant, snabbt och inom rimliga tids- och kostnadsramar.

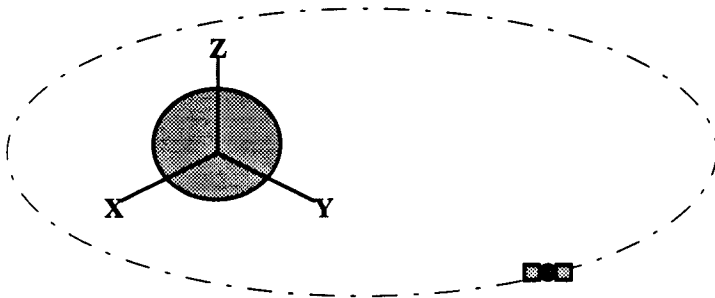
I föreliggande rapport redovisas upprättandet av ett regionalt kontrollnät med hjälp av GPS-data. Nätet byggs upp av observationer från tre fasta referensstationer samt av observationer på några mellanliggande riksnätspunkter. I syfte att erhålla högsta noggrannhet används bärvågsmätning på båda frekvenserna och efterberäknade banddata för GPS-satelliterna. Med hjälp av GPS-nätet utförs en regional analys av riksnätet i plan och av det tredimensionella koordinatsystemet RR 92. Som medel vid analysen används Helmertransformation, det ligger därför nära till hands att parallellt studera transformationer av GPS-positioner.

Då uppgiften för examensarbetet inbegriper studium och användning av olika referenssystem så inleds rapporten med en beskrivning av några aktuella geodetiska referenssystem. Uppgiften har anknytning till Lantmäteriverkets utveckling av fasta referensstationer, rapporten fortsätter med en redovisning av läget för detta projekt. Slutligen redovisas själva utförandet som omfattande GPS-mätning, GPS-beräkning, studium av riksnätet och transformations samband.

## 2. REFERENSSYSTEM

### 2.1 Referenssystem för GPS

Satelliters rörelse kan beskrivas ha formen av en ellips där jordens masscentrum är belägen i dess ena fokus. Därför är det naturligt att placera satellitkoordinatsystemets origo i jordens centrum, se *Figur 2.1.* nedan.



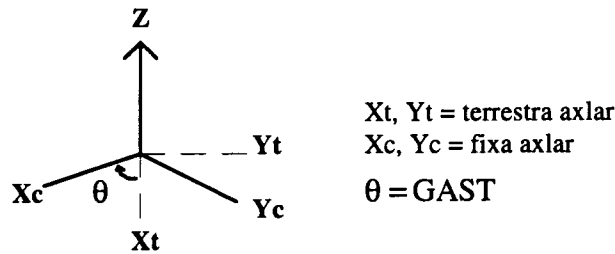
*Figur 2.1 Satelliters rörelse har formen av en ellips vars ena fokus är jordens masscentrum, lämpligtvis placeras koordinatsystemets origo sammanfallande med jordens centrum.*

Jordens rotationsaxel är inte konstant i tiden. Om man väljer att definiera rotationsaxelns riktning med hänsyn till medelpolen i en viss epok, erhålls en riktning som nära stämmer med och lätt kan räknas om till den verkliga rotationsaxeln. Då ett geocentriskt tredimensionellt terrestrert kartesiskt system fastställs görs följande definitioner:

- Origo i geocentrum
- Z-axeln sammanfaller med medelrotationsaxeln ovan, positivt definierad mot nordpolen
- X-axeln vinkelrät mot Z-axeln i Greenwich's meridianplan
- Y-axeln vinkelrät mot X- och Z-axeln så ett högerhandssystem erhålls

Detta koordinatsystem kommer emellertid att följa jordens rotation vilket inte satelliterna gör. Förhållandet mellan det terrestra och det icke roterande koordinatsystemet ges av apparenta stjärntiden i Greenwich (GAST), se *Figur 2.2.*





Figur 2.2. GAST är vinkeln mellan  $X_t$  och  $X_c$ .

GAST räknas från den punkt där ekliptikans plan skär ekvatorsplanet, den så kallade vårdagjämningpunkten. Utredningar behandlande ämnet se Pettersson (1985), Seeber (1993) eller Hofmann-Wellenhof et al (1992).

Referensellipsoiden, som användare spridda över jordytan gärna vill relatera sin positionsbestämning till, har lämpligen en sådan form att den får god global anslutning till geoiden.

Ett terrestert system är det mest praktiska och naturliga för en varelse på jorden. Det finns flera referenssystem som besitter det terrestra kartesiska koordinatsystemets egenskaper. Som GPS-användare är man dock hänvisad till de system som av konvention används i sammanhangen.

I GPS-systemet används primärt referenssystemet World Geodetic System 1984 (WGS 84). Predikerade banddata och satellitmeddelande utsända från satelliten refererar till WGS 84. Referenssystemet WGS 84 har realiserats med äldre metoder. Dopplerteknik har använts vilket har gett ett absolut medelfel på en till två meter (Seeger, 1993). Det är långt över vad som kan accepteras för noggranna geodetiska tillämpningar.

Det finns emellertid referenssystem med högre intern noggrannhet. Sådana system publiceras bland annat av International Earth Rotation Service (IERS) grundad 1987 (Seeber, 1993). IERS är ett internationellt institut som har till uppgift att tillhandahålla överenskomna referenssystem. Till sin hjälp använder de observationsdata från följande element inom rymdteknologin (Dennis & McCarthy, 1992):

- Very Long Baseline Interferometry (VLBI)
- Satellite Laser Ranging (SLR)
- Lunar Laser Ranging (LLR)
- GPS-data från International GPS Service for Geodynamics (IGS)

IERS tillhandahåller med hjälp av dessa medel

- IERS standards
- IERS referenssystem

IERS standards är en mängd konstanter och modeller med anknytning till verksamheten VLBI och SLR etc. IERS-referenssystem av betydelse för en GPS-användare är IERS terrestrial Reference Frame (ITRF). ITRF är geocentriskt och realiserats med en uppsättning koordinatsatta punkter på jordytan vilka har en global spridning. ITRF har en hög intern

noggrannhet. Punkterna är bestämda bättre än 0.1 meter och överensstämmer med WGS 84 bättre än en meter (Boucher & Altamimi, 1989). Ett nytt ITRF publiceras årligen! Referenssystemet är tidsberoende, därför används den vedertagna beteckningen

ITRF 91 1993.5

där

91 = år för realiseringen  
1993.5 = epok

I IERS årliga officiella publicering av de koordinatsatta punkterna som definierar ITRF XX reduceras alltid epoken till epok 1988.0. Vill man som användare erhålla ITRF-koordinater i en annan epok så finns det i samma publikation hastighetsvektorer beskrivande kontinentaldriften för plattorna i jordskorpan.

Efterberäknade banddata för GPS-satelliterna ges ofta relaterad till referenssystemet ITRF.

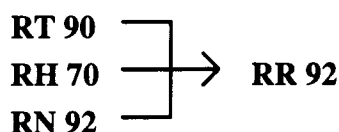
Många organisationer i Europa har börjat använda referenssystemet EUREF 89 eller förtätningar därav. EUREF 89 är grundat på ETRF 89 1989.0. ETRF 89 definieras av alla ITRF 89-punkterna i Europa gemensamt, 35 VLBI- och SLR-stationer (Seeger, 1993). ETRF 89 var alltför glest, därför utfördes två förtätningskampanjer med GPS 1988. Det system som bildades när IERS-stationer i Europa 1989 sattes samman med resultatet av förtätningen kallas EUREF 89. EUREF 89 har sedan dess förtätats och utvidgats ytterligare. I Sverige finns fem EUREF 89-punkter: Onsala, Visby, Mårtsbo, Klinta(Öland) och Bureberget(Norrlandskusten).

ITRF och EUREF uttrycks normalt som kartesiska koordinater, om en användare önskar geografiska koordinater används ellipsoidparametrar från Geodetic Reference System 1980 (GRS 80).

Ett osäkert referenssystem resulterar i en osäker absolutposition. GPS-mätning är oftast en relativ mätmetod men en felaktig absolutposition fortplantar sig som fel i den relativa mätningen. De fel som ett osäkert referenssystem inför är vanligen betydelselösa för många tillämpningar däribland stommätning med GPS. Skall man mäta långa baslinjer med högsta noggrannhet bör man alltid välja att arbeta i ett välbestämt och modernt referenssystem (Om man har något val.). Det viktigaste är dock att använda samma referenssystem konsekvent i ett projekt, om man blandar *kan* problem uppstå.

## 2.2 Rikets Referenssystem 1992, RR92

Rikets referenssystem 1992, RR 92, är beteckningen på det tredimensionella system som bildas när rikets koordinatsystem 1990 ( RT 90 ), rikets höjdsystem 1970 ( RH 70 ) och rikets geoidhöjdsystem 1992 ( RN 92 ) sammanfogas. RR 92 innebär inte att några nya mätningar eller att någon ny utjämning gjorts, utan det är tre tidigare bestämda koordinatset som sätts samman till ett. De tre komponenterna kommer även fortsättningsvis att utgöra tre självständiga system men de bildar tillsammans ett gemensamt fjärde.



Som GPS-användare är man ofta intresserad av att uttrycka sin GPS-genererade tredimensionella position i ett nationellt system, samma som landets kartor relateras till. För att utföra transformationen av tredimensionella GPS-positioner riktigt måste "till-systemet" också vara tredimensionellt. De terrestra geodetiska datumerna måste vara kompletta. Därav har det skapats ett behov av ett nationellt tredimensionellt system.

RR 92 lämpar sig inte som jordmodell där jordens rotation och tyngdpunkt kommer in. Inte heller för extrapolation utanför Sveriges gränser. För att geometriskt beskriva en position inom landet fungerar systemet RR 92 bra, under förutsättning att noggrannhetsnivån accepteras. Vid studier i geodynamik skall RR 92 inte användas.

RR 92 kan inte sägas vara homogent då de olika komponenterna som definierar systemet har olika noggrannhetsfördelning. Noggrannheten är högre i plan än i höjd. Det är geoidmodellen som har lägre noggrannhet.

De olika komponenterna i Rikets referenssystem presenteras kortfattat nedan.

### 2.2.1 RT 90

Rikets koordinatsystem 1990 grundas främst på data från tredje rikstrianguleringen 1967 - 1982. Trianguleringen skapade ett nät som i 70 procent av landet består av trianglar med sidlängder på 10 kilometer, övriga delar 30 km. I tredje rikstrianguleringen användes främst längdmätningar. Sedan mätningarna slutförts utfördes en beräkning av nätet i sin helhet för hela landet, i beräkningen ingick även data från andra rikstrianguleringen.

Mer i detalj utfördes beräkningen på följande sätt

1. Nätet som utjämnades var det nordiska blocket i ED<sup>1</sup> 87 på Hayfords ellipsoid 1910, i vilket den svenska mätdatan ingick. Nätets läge och orientering bestämdes med astronomisk Ortsbestämning av Lovös geodetiska observatorium, ett antal Laplace-punkter fördelade över riket samt punkter vid dansk-tyska gränsen.

2. De ur utjämningen resulterande geografiska koordinaterna på punkterna  $(\varphi, \lambda)_{\text{Hayford}}$  projicerades till planet  $(x, y)_{\text{Hayford}}$  med Gauss' konforma projektion med medelmeridianen 15°

---

<sup>1</sup>European datum

48' 23" och ett y-tillägg på 1500000 meter. 15° 48' 23" på Hayfords ellipsoid motsvarar samma läge på marken som 15° 48' 29"8 i RT 38.

3. Det plana systemet  $(x, y)_{\text{Hayford}}$  passades in unitärt på motsvarande i RT 38,  $(x, y)_{\text{Bessel}}$

4. Parametrarna ur inpassningen används för att transformera nätet. De transformerade koordinaterna kallas RT 90-koordinater.

Sammanfattningsvis kan sägas att beräkningen utfördes i det västeuropeiska datumet ED 79 (ED 50) men koordinaterna har approximativt transformerats till RT 38. För utförligare beskrivning hänvisas läsaren till Ekman (1991), Reit (1990) och Geodesi 90.

### 2.2.2 RH 70

Rikets höjdsystem 1970 har beräknats ur den andra riksavvägningen i Sverige, genomförd 1951- 1967. Som nollpunkt,  $H = 0$ , har antagits den västeuropeiska nollpunkten i Amsterdam. Geopotentialtalet har beräknats med tyngdkraftsdata i Rikets tyngdkraftssystem 1962, RG-62. Ur geopotentialtalet har normalhöjder härletts. Korrektion för tidjorden är utförd så höjderna relateras till den tidjordsfria geoiden. Höjderna presenteras i epok 1970.0. För utförligare beskrivning hänvisas läsaren till Ekman, (1991).

### 2.2.3 RN 92

Rikets geoidhöjdsystem 1992 redovisar geoidens höjd ovan Bessels ellipsoid.

Geoiddatas ursprung är NKG89-geoiden (Ekman, 1993), NKG : Nordiska kommissionen för geodesi. NKG89-geoidhöjder är uttryckta relativt en GRS 80 ellipsoid.

Beräkningen av RN 92 har gått till så att NKG89-data har passats in med tredimensionell Helmertmodell på geoidhöjder i RAK 70 (Reit, 1992). Sammanlagt 137 punkter har definierat inpassningen. Punkterna är fördelade över hela Sverige utom i fjällkedjan. De sex parametrarna (ingen skaländring tilläts) har definierat transformationen av NKG89-data. Den transformerade NKG89-geoiden kallas RN 92.

RN 92-data består av ett gitter. För att erhålla geoidhöjder i mellanliggande punkter används bilinjär interpolation.

### 3. FASTA REFERENSSTATIONER, SWEREF 93

I flera länder pågår utveckling av nät med fasta referensstationer för GPS-mätning. De svenska planerna för upprättandet av ett nationellt nät av fasta referensstationer enligt Geodesi 90, har idag<sup>2</sup> i stort realiserats. Genom ett samarbete mellan Onsala rymdobservatorium vid CTH<sup>3</sup> och Lantmäteriverket skapades samordningsmöjligheter för ett snabbt upprättande av nätet. Nätet av fasta referensstationer skall i framtiden kunna stötta olika tillämpningar som spänner mellan realtidsnavigation och geofysik. Idag är byggnationen färdig av 20 monumenterade pelare för GPS-antennar med tillhörande instrumentbod. Inmätningen av pelarna i RR 92 är i det närmaste avslutad. Dessa 20 stationer/pelare betecknas SWEPOS och är fördelade över Sverige enligt *Figur 3.1*. 19 av dessa SWEPOS-punkter är idag utrustade med GPS-mottagare varav fem mottagare (Ashtech P-12) styrs från Lantmäteriverkets driftledningscentral i Gävle. Övriga 14 mottagare (TurboRouge SNR-800) styrs av Onsala rymdobservatorium. Kontrollen av TurboRouge-mottagarna kommer att flyttas till Lantmäteriverket. Driften av de fasta referensstationerna är fortfarande att betrakta som försöksdrift.

Enligt planerna i Geodesi 90 skall ett referenspunktnät på 50 punkter etableras, vilket kommer att erhålla beteckningen SWEREF varav SWEPOS utgör delmängd. Enligt (Hedling & Jonsson, 1992) är syftet med SWEREF

- Underlätta anslutning av GPS-mätningar till riksnätet i plan och höjd.
- Anpassa den nordiska geoiden till RH70.

En delmängd av SWEPOS-stationerna, SWENAV, kan användas för utsändande av realtidskorrektioner i formatet RTCM SC-104 via något distributionssystem exempelvis Radio Data System (RDS). RDS innebär i korthet utnyttjande av FM-bandet för datautsändning. I *Figur 3.2* ges en schematisk bild av sambandet mellan de tre komponenterna SWEREF, SWEPOS och SWENAV.

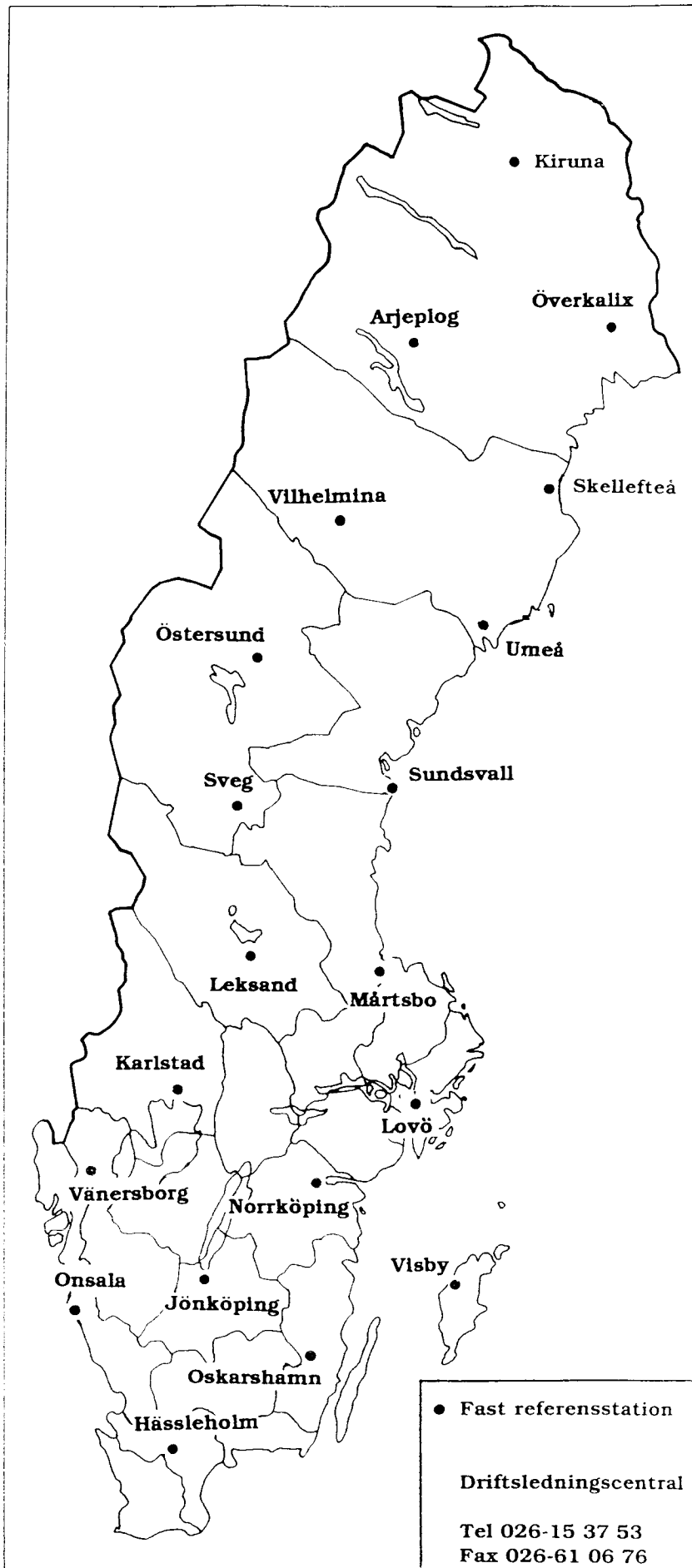
För SWEREF kommer ett gemensamt referenssystem att införas. Referenssystemet kommer att erhålla beteckningen SWEREF 93. Systemet som ännu inte är slutgiltigt fastställt kommer att vara geocentriskt eftersom det skall användas som referens vid GPS-mätningar. Det är planerat att SWEREF 93 ska ansluta väl till EUREF 89, vilket skiljer sig från WGS 84 med högst någon meter.

För närvarande pågår utvecklingsarbetet med att definiera SWEREF 93 och att skapa transformationssambandet mellan SWEREF 93 och RR 92. Transformationssambandet kommer att ersätta SCANDOC-formeln, då det nya sambandet har högre noggrannhet. Föreliggande rapport är nära relaterad till framtagandet av ett nytt nationellt transformationssamband eftersom RR 92 studeras.

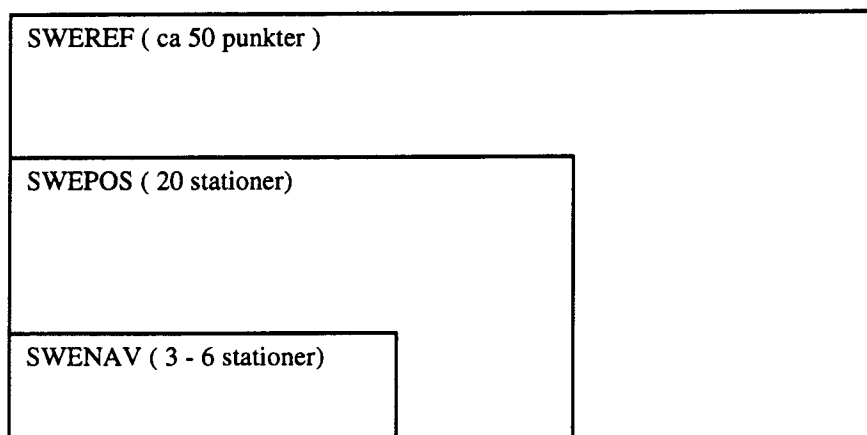
---

<sup>2</sup> 1994-02-01.

<sup>3</sup> Chalmers tekniska högskola.



Figur 3.1. SWEPOS - ett nationellt referensstationsnät för positionsbestämning med GPS.



Figur 3.2. Schematisk samband mellan SWEREF, SWEPOS och SWENAV.

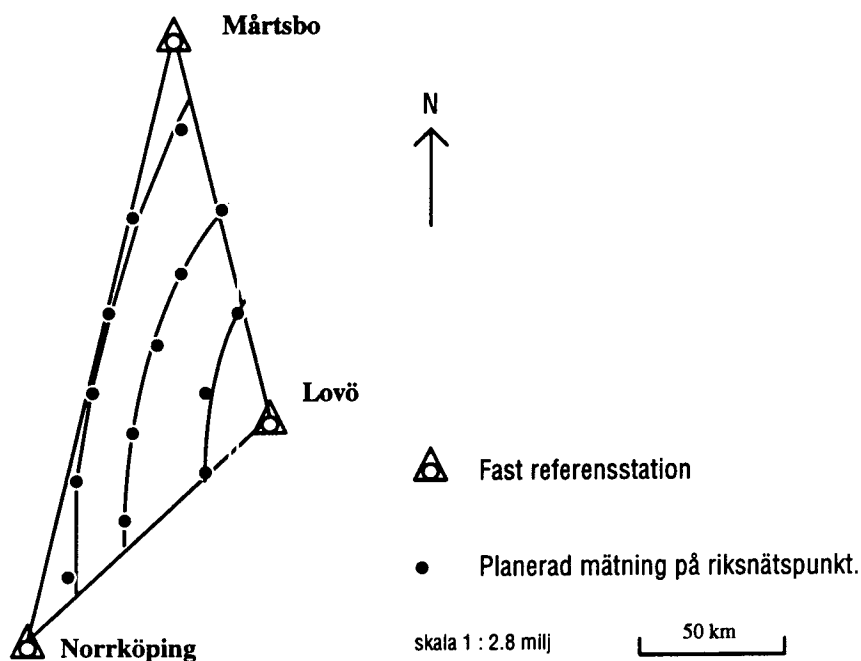
## 4. INSAMLING AV GPSDATA

Insamlingen inbegriper planeringen av fältarbetet samt själva GPS-mätningen på observationspunkterna. Syftet är att inhämta GPS-observationer med hög kvalitet för att framställa ett noggrant kontrollnät som jämförelseunderlag när RR 92 studeras.

### 4.1 Planering av fältarbete

#### 4.1.1 Urval av observationspunkter

Tre lämpliga referensstationer vid tidpunkten för projektet var Mårtsbo (M), Lovö (L) och Norrköping (N), MLN. Med lämplig menas här utrustad med Ashtechmottagare och geografiskt nära Gävle. Ashtech är en fördel eftersom beräkningen kommer att utföras med Ashtech's programvara. Observationspunkterna valdes inom triangeln som avgränsas av MLN. Ytan av området inom triangelsidorna är ca 7750 km<sup>2</sup>. Punkturvalet gjordes ur den mängd riksnätspunkter, inom eller i nära anslutning till triangeln, som har klass 1 eller klass 2. Det finns ca 100 riksnätspunkter inom triangeln. Antalet observationspunkter begränsades till ungefär 15. För att erhålla en stor spridning i utplaceringen lades tre stycken cirkelbågar ut enligt *Figur 4.1*. Längs eller nära dessa bågar valdes 14 riksnätspunkter ( RT-punkter ). Dessa skulle ligga till grund för nätet.



Figur 4.1. Planerade observationspunkter.

#### 4.1.2 Nätet

Mätningen skall bestå av observationer från de tre fasta referensstationerna, Mårtsbo, Lovö och Norrköping, samt två mottagare som placeras ut sessionsvis som stationer på utvalda riksnätspunkter. Mottagarna placeras ut tidsmässigt så att de observerar GPS-data på två rikspunkter samtidigt. Detta för att i kontrollsyfte erhålla vissa närsamband mellan RT-punkterna. Mätningen blir alltså uppdelad i sessioner med två RT-punkter och tre referensstationer i varje, vilket resulterar i tio baslinjer per session. Närsambanden till nästföljande och föregående session mäts inte, men alla punkter "hängs upp" med baslinjer mot de tre referensstationerna. Baslinjelängderna blir med detta resonemang :

RT-punkt - RT-punkt	20 - 50 kilometer.
Refstn - RT-punkt	20 - 210 km
Refstn - Refstn	120 - 230 km.

I kontroll/simuleringssyfte observeras tre RT-punkter mer än en gång, varav två punkter i en och samma session skulle simulera SWEREF-punkters utplacering. Med 14 RT-punkter leder detta till att 78 baslinjer observeras. Nätet erhåller en mycket annorlunda konfiguration än ett traditionellt GPS-nät. Jämför med rekommendationerna för stommätning i Hedling et al (1991).

Varför mäts då inte alla närsamband ? Fältarbetstiden är begränsad till ca fem dagar, antal disponibla mottagare två, likaså personal. Dessutom antas att närsambanden spelar en underordnad betydelse då efterberäknade banddata sk "Precise ephemeris" samt jonosfärfri linjärkombination av L1 och L2 används. Dessa två medel antages förbättra noggrannheten i observationen så att precisionen i hög grad blir oberoende av baslinjelängden. Därav kan antagandet göras att baslinjer RT-punkt - RT-punkt har samma precision som



baslinjebestämningen referensstation - RT-punkt. Slutsats : noggrannheten i baslinjerna antages bli oberoende av längden.

#### 4.1.3 Tider och utrustning

Tid till förfogande för mätningarna var fem dagar, 18 -22 oktober 1993. Observationstiden för varje baslinje valdes till tre timmar. Med 14 punkter, två mottagare och ovanstående resonemang blir det åtta sessioner. Åtta sessioner och fem fältdagar leder till 1 - 2 sessioner per dag. Två sessioner per dag är absolut maximum beroende på transportavstånden.

Utrustning :

- 2 Ashtech P12 12 kanalers L1, L2 full P-kodsmottagare med kringutrustning.
- 1 Portabel 486 PC med beräkningprogram GPPS 4.5
- 2 Bilar med mobiltelefon

Personalstyrkan för fältarbetet bestod av författaren och en person från produktionsavdelningen LMV-Geodesi. De två första dagarna Jan Lindström sedan Johan Larsson.

#### 4.1.4 Landskapet

Terrängen i den övre tredjedelen av triangeln består till stor del av ett skogslandskap, många triangelpunkter ligger ofta i tät skog där 25 meters G-torn har använts vid de terrestra mätningarna. Mellersta delen av området, omkring Enköping, har mer öppen mark och mer jordbruk. Söder om Mälaren är terrängen mer dramatisk. Där kan man lättare hitta lämpliga rikspunkter utan att behöva resa mast. Ofta ligger punkterna på berghällar, inte sällan mitt i en fornborg.

#### 4.2 Fältarbetet

Fältarbetet utfördes 18 - 22 oktober 1993, vilket motsvarar dag nummer 291 - 295. De två första dagarna under en strålande höstsol som framåt lunchtid lyckades tina upp vissa delar av den frostbitna Upplandsbygden. I Fjärhundratrakten låg på tisdagen ett tunt snötäcke. Resterande delen av veckan dominerades av en gråmulen himmel med inslag av kortvariga duggregn.

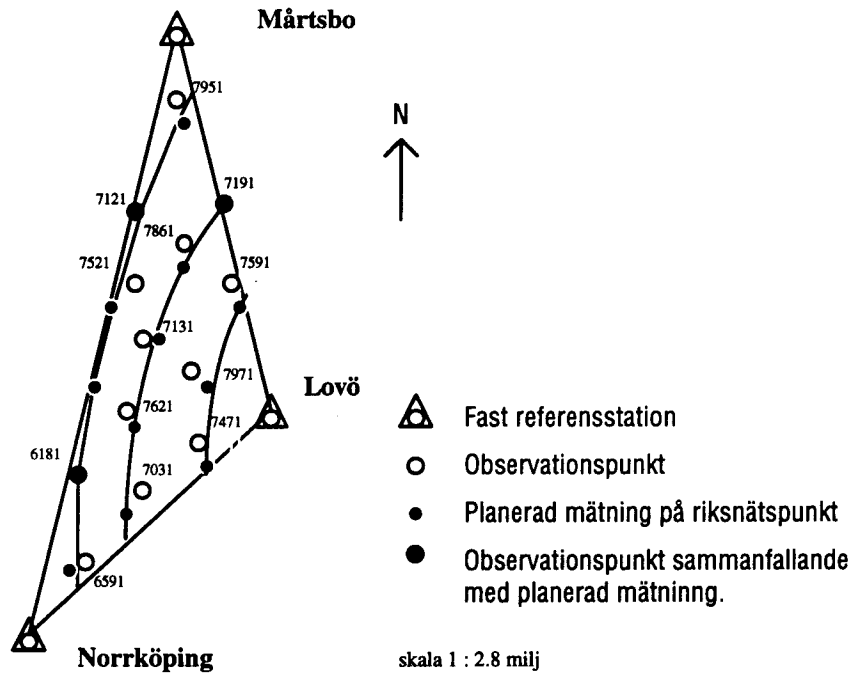
Åtta sessioner mättes varav endast en på måndagen och en på fredagen. Mättiderna höll sig inom 08 - 19 GMT. Under dessa mättider existerade goda satellitkonfigurationer, DOP-värden<sup>4</sup> under åtta och alltid minst fyra satelliter på himlavalvet med lägst 15° elevation över horisonten. Följande instrumentinställningar användes : minimum 10° elevationsvinkel<sup>5</sup>, 15 sekunders observationsintervall, antennhöjderna hamnade mellan 1,40 - 1,90 meter. Observationstidens längd per session blev mellan 2:43 och 3:41 timmar, vilket motsvarar 652 - 884 epoker. Enstaka stationer har ofta observerats längre, upp till sex timmar. Efter varje dags mätningar överfördes observationsdata till beräkningsprogrammet GPPS 4.5 och en

---

<sup>4</sup> Dilution Of Precision.

<sup>5</sup> Vid beräkningen användes 15° elevationsbegränsning.

baslinjeberäkning utfördes sessionsvis i kontrollsyfte. Mottagarna inklusive strömförsörjning fungerade utan problem under hela veckan.



Figur 4.2. Ändringar av det ursprungliga punkturvalet.

På många av de preliminärt utvalda punkterna (de flesta), gick det inte att mäta utan mast. På grund av tidsbegränsningen försökte mastresning undvikas, därav blev det en hel del ändringar i den ursprungliga punkturvalsplanen, *Figur 4.2*. Spridningen av observationspunkterna sökte hållas så stor som möjligt. Eftersom mättiden var lång fanns möjlighet till rekognosering under sessionerna. Avstånden är långa så det blev mycket bilfärder. Som slutresultat blev endast 13 rikspunkter observerade varav en punkts observationer senare kasserades pga okomplett och brusig observationsdata. Stationen, 117131 session D, var illa placerad med skydd mot himlavalvet. De olika punkternas stationsdata redovisas i *Tabell 4.1*. En station ställdes upp på en RT-punkt på en 73 meter hög silo, en av de utvalda punkterna är Björklinge vattentorn, övriga punkter ligger i markytan. På två av punkterna ställdes antennen upp över försäkringsmarkeringen, 117591 och 106181. Rikspunkt 796591 har observerats två gånger fördelat på session F och G. Under dag 295 placerades båda mottagarna ut på tidigare observerade punkter : 107621 och 117861, detta skulle ge data som underlag för studier i utplaceringsteknik av SWEREF-punkter. Under alla dagar utom dag 295 fungerade referensstationerna utan avbrott/problem, dag 295 fungerade inte Lovö-stationen under de mättider som användes. Överbestämning av baslinjer kommer alltså att finnas mellan referensstationer, referensstationer - 6591, referensstationer - 7621 och referensstationer - 7861. Beroende på bortfall av data reducerades det slutliga antalet baslinjer till 70 stycken. Viss överbestämning är nödvändig för att kunna skatta noggrannheten.

GPSdag	session	pktnr	antenn- höjd	obslängd i h	epoker	Gemensam längd i h	Ant.
291	A	127951	1.573	6:11	1482	3:41	
	A	127121	1.337	3:41	887		
292	B	117861	1.607	3:00	761	2:46	
	B	127191	1.444	3:44	896		
	D	117131	1.536	3:46	907		
	D	107971	1.526	2:54	693		
293	C	117521	1.756	3:15	780	2:43	
	C	117591	1.649	2:43	653		försäkringsmark.
	E	107621	1.673	3:26	823		2:45
	E	107471	1.714	2:45	661		
294	F	107031	1.700	2:57	731	2:57	
	F/G	796591	1.575	3:24	816		försäkringsmark.
		"	"	3:22	814		2:58
	G	106181	1.807	2:58	710		
295	H	107621	1.725	3:51	918	2:59	
	H	117861	1.874	2:59	715		

Tabell 4.1. De GPS-observerade rikspunkternas observationsdata.

## 5. BERÄKNING AV GPSDATA

### 5.1 Baslinjeberäkning

Samtidigt observerade GPS-stationers data sätts samman till vektorer i rymden. Mellan referensstationer och samtliga observerade riksnätspunkter samt mellan vissa riksnätspunkter finns observationer som kan sättas samman till baslinjer.

#### 5.1.1 Baslinjer

En baslinje är den 3D-vektor som beskriver koordinatskillnaden mellan två GPS-stationer. En trivial baslinje är en baslinje som kan beskrivas genom kombinationer av andra baslinjer. För att beräkna baslinjer har Ashtechs programpaket GPPS 4.5 använts. GPPS är ett så kallat baslinjeprogram. Med baslinjeprogram menas att programmet enbart kan hantera en baslinje åt gången i beräkningen. Eftersom baslinjerna behandlas separat kan man ej ta hand om korrelationerna mellan baslinjerna, därför beräknades alla kombinationer av baslinjer, även de triviala. Korrelationerna existerar eftersom samma observationsdata används vid beräkningen av olika baslinjer.

### 5.1.2 Efterberäknade bandata

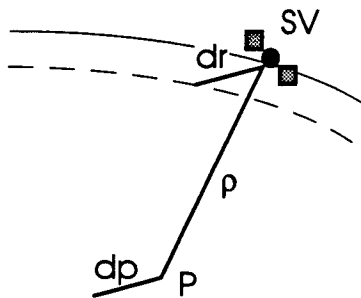
Satelliterna sänder ut data om sig själva, samt data om fenomen som kan tänkas påverka en positionsbestämning med hjälp av det satelliten sänder ut. Bland annat sänds bandata, vilken innehåller parametrar som beskriver satellitens position i rymden vid en valbar tidpunkt. Denna bandata är extrapolerad ur tidigare observationer av satelliten. Givetvis innehåller dessa extrapolerade värden fel, den matematiska modell som används vid parameterskattningen kan omöjligt modellera alla företeelser som kan komma att påverka satellitens position i en kommande tidpunkt. Diskrepansen mellan den predikerade satellitbanan och den verkliga kommer att fortplanta sig till felaktiga positioner för GPS-mottagarens antenn. Felen i predikerade bandata är ca 30 - 50 meter med SA<sup>6</sup> (Hofmann-Wellenhof et al, 1992, s 60). Vid absolut positionsbestämning blir positionsfelen proportionella mot banfelen, *Figur 5.1*.

Vid relativ GPS-mätning gäller den approximativa felfortplantningsformeln 5.1, se Seeber (1993). För härledning, se Vanicek et al (1985).

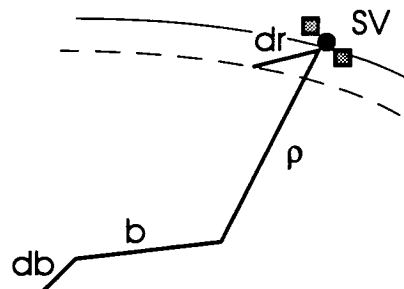
$$db = b \cdot \frac{dr}{\rho} \quad (5.1)$$

db = fel i baslinjelängd      dr = banfel  
 b = baslinjelängd      ρ = avstånd mottagare satellit

Felfortplantningsformelns geometriska motsvarighet visas i *Figur 5.2*. Vid relativ mätning på korta avstånd tar enkeldifferenserna ut mycket av felet, men inte hela.



*Figur 5.1. Felet vid absolutpositionering är proportionellt mot banfelen.*



*Figur 5.2. Felet i baslinjen vid relativ positionering.*

För att erhålla bättre precision i positionsbestämningen kan man istället för predikerade bandata använda efterberäknade bandata, vilket är speciellt lämpligt vid längre baslinjer. Dessa bandata bestäms m.h.a. observationer av satelliten på flera välbestämda stationer på jordytan. International GPS Service for Geodynamics (IGS) disponerar ett nät av 30-40 sådana stationer. De bandata som använts i projektet beräknades på observationer från dessa stationer. Beräkningen utfördes av arbetsgruppen CODE, Astronomiska institutet vid universitetet i Bern. Bandatan finns i en databas på universitetet som lättast nås via Internet. Det tar ungefär en vecka innan den efterberäknade bandatan är tillgänglig. Noggrannheten är

<sup>6</sup> Selective Availability, innebörd : degradering av bandatainformation och satellittid.

bättre än 1 m (Beutler, 1993). Banddata var vid tidpunkten för mätningarna given i koordinatsystemet ITRF 91 epok 1993.8.

### 5.1.3 Atmosfärskorrekationer

Inga meteorologiska observationer har utförts. Troposfären har modelleras med en modell med standardvärden: temperatur 20° C, 50 procent relativ luftfuktighet och 1010 millibar lufttryck. Eftersom baslinjelängderna är långa måste man ta hänsyn till jonosfärens påverkan. Vid korta baslinjer kommer jonosfärsstörningen vara ungefär lika stor i ändpunkterna på vektorn vilket gör att störningarna tar ut varandra. När längre baslinjer beräknas kommer störningen i ändpunkterna att vara mer olika och störningen måste då tas om hand på något sätt. Jonosfärens påverkan är svår att modellera, det är lättare att reducera dess påverkan direkt. Den mest effektiva metoden att reducera den jonosfäriska refraktionen är att använda två signalvågor som reser samma väg. I medier som jonosfären bryts elektromagnetiska vågor olika beroende på frekvensen (Ringström & Selen, 1989 s 118) . Genom att linjärt kombinera de olika bärvågorna L1 och L2 enligt Formel 5.2 kan mycket av den jonosfäriska refraktionens effekter reduceras. Denna tvåfrekvensmetod är huvudorsaken till varför signalen från GPS-satelliten har två bärvågor.

$$\Phi_{L3} = \Phi_{L1} - (f_{L2} / f_{L1}) \Phi_{L2} \quad (5.2).$$

$\Phi$  är fasobservationen och  $f$  är frekvensen. Formeln kallas jonosfärfri linjärkombination av L1 och L2 (Hofmann-Wellenhof et al, 1992), namnet är något missledande eftersom härledningen innehåller approximationer vilket gör att den inte får observationsdatan helt jonosfärfri. I baslinjerberäkningen används jonosfärfri linjärkombination av L1 och L2.

### 5.1.4 Programvaran GPPS's beräkningsgång

Här ges ett övergripande schema över programmet GPPS beräkningsteknik från trippeldifferenser till färdig baslinje. Programmet är inställt så att det skall passa denna typ av beräkningar.

1. Programmets första beräkningsåtgärd är att skapa trippeldifferenser, vilka används för att beräkna närmekoordinater och som mätstorhet i programmets självsökning av periodbortfall.
2. Som steg två bildas dubbeldifferenser på linjärkombinationen L1 - L2, sk wide-lane. Därefter utförs en utjämning med dessa dubbeldifferenser som observationsekvationer. Periodobekanta<sup>7</sup> fixeras  $N_{L1-L2}$ . L1- L2 kombinationen ger en längre våglängd vilken gör delmängden av möjliga kombinationer periodobekanta mindre, det blir lättare att lösa ut periodobekanta.
3. Dubbeldifferenser för jonosfärfri linjärkombination bildas. Utjämning utföres med periodobekanta och koordinatdifferenser som obekanta, sk flytlösning. I utjämningen utnyttjas att periodobekanta  $N_{L1-L2}$  är känd, så endast  $N_{L1}$  blir periodobekant.
4. Programmet gör ett försök att fixera periodobekanta, nu för periodobekanta i linjärkombinationen jonosfärfri.
5. Slutligen en ny utjämning med dubbeldifferenserna för jonosfärfri linjärkombination som observationsekvationer med endast koordinatdifferenserna som obekanta, periodobekanta för jonosfärfri linjärkombination har fixerats, en så kallad fixlösning.

---

<sup>7</sup> N = Periodobekanta.

### 5.1.5 Beräkningen

Som utgångspunkt för beräkningen valdes referensstationen Mårtsbo. Som initialkoordinater sattes dess koordinater i system EUREF 89 epok 1989.0. De fasta referensstationerna räknades utan antennhöjd vilket innebär att de räknats från antennens elektriska centrum. Efter beräkning gjordes en utvärdering av rapporten som programmet GPPS 4.5 genererar för varje baslinjeberäkning.

Följande parametrar har kontrollerats:

- antalet observationer mot varje satellit.
- periodobekantas avvikelser från heltal i flyttalslösningen i varje satellitkombination.
- absolut kontrast och kontrast. Hur går det för varje satellit? Har någon satellit problem?
- har alla satelliter erhållit fixlösning?
- RMS för fixlösningen samt skillnaden mellan RMS för flyt- och fixlösningen.
- koordinatdifferens mellan fix- och flytlösning.

RMS: root mean square, roten ur kvadratisk medelvärde av förbättringarna.

Absolut kontrast och kontrast är statistiska parametrar definierade av Ashtech (1993). Det finns ingen klar förklaring i manualen, men de beskrivs innebära följande:

Absolut kontrast , Ett mått på hur väl fixerade periodobekanta överensstämmer med flyttalen på motsvarande.

Kontrast , Sannolikheten att utvald lösning av periodobekanta vekligen är bättre än den näst bästa kombinationen. Testet baserar sig på studier av residualerna i båda lösningarna. Om kontrasten är låg kommer inte periodobekanta att fixeras.

All observationsdata insamlade på 117131 togs bort på grund av generellt dåliga data. Sikten mot satelliterna var skymd i många riktningar, vilket beror på ett dåligt val av punkt. Referensstationen LOVÖ's mätdata under session H ,dag 295, kasserades p.g.a. störningar.

De enda ingrepp i beräkningen som gjorts, är att i vissa baslinjeberäkningar har en eller två satelliter uteslutits och därefter har baslinjen räknats om . Detta fungerar eftersom observationstiden är så lång. Orsaken till att en viss satellit plockats ur beräkningen, är brusig data eller kort observationstid. Ofta har satellit 3 (PRN<sup>8</sup> 3) haft brusiga data. När satellit 3 tagits bort har lösningen konvergerat. Även andra satelliter har tagits bort, tex satellit 19 som ibland har haft för kort observationstid. I princip har alla baslinjeberäkningar nått fixlösning. Anmärkningsvärt är de låga RMS som erhållits inom baslinjeberäkning, speciellt gäller det mellan referensstationer vilka bildar långa baslinjelängder. Ett något högre RMS erhålles oftast på baslinjer mellan RT-punkter, detta fenomen beror säkert på den sämre sikten mot satelliterna, träd skymmer. En riksnätspunkt är inte alltid en idealisk punkt för GPS-mätning. RMS ligger mellan 1.3 - 3.3 cm. se *Tabell 5.1* och *Bilaga I*. RMS för baslinjer mellan referensstationer ligger på ca 1.5 cm, motsvarande för baslinjer mellan RT-punkter är ca 2.5 cm.

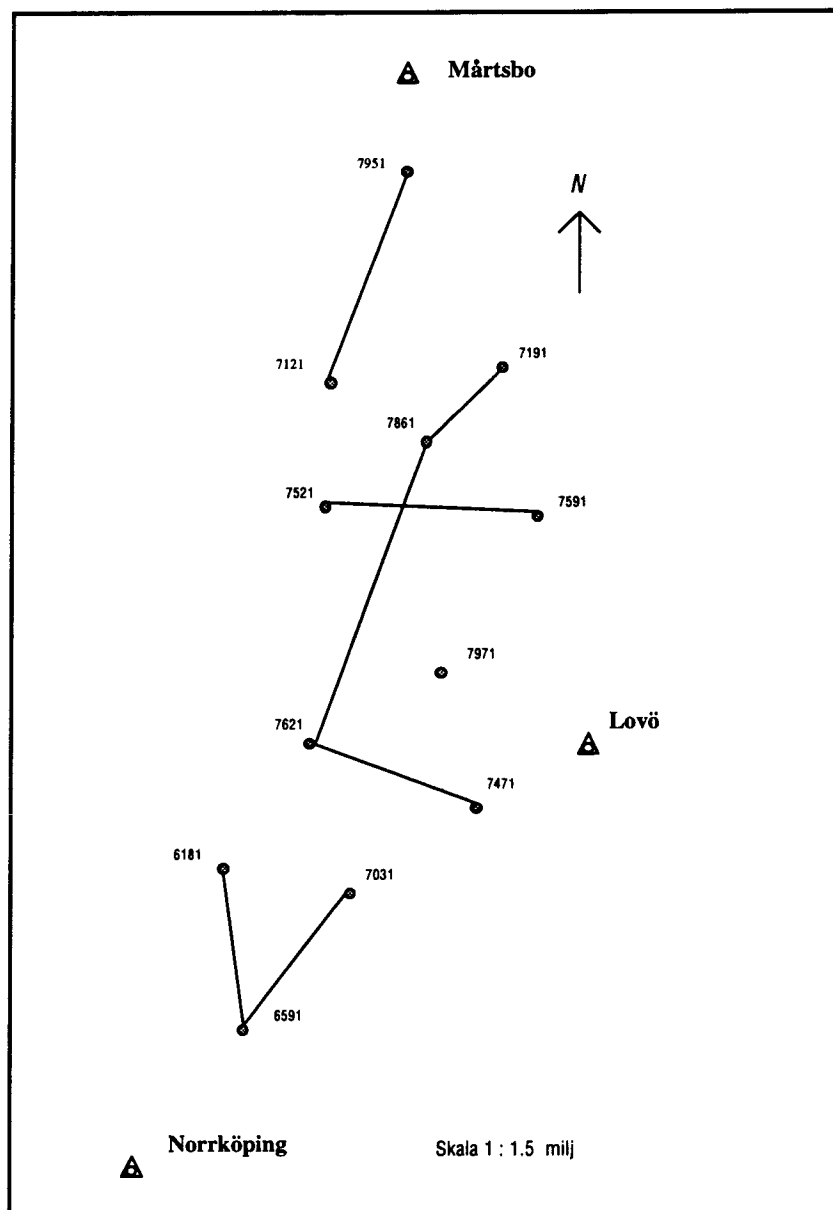
---

<sup>8</sup> Pseudo Random Noise nr.

Baslinje	RMS
Refstn-Refstn	1.3 - 2.7 cm
Refstn-RTpkt	1.4 - 3.0 cm
RTpkt-RTpkt	2.0 - 3.3 cm

Tabell 5.1. RMS i baslinjeberäkningen för olika baslinjetyper.

Mellan referensstationer och alla riksnätspunkter finns beräknade baslinjer. I Figur 5.3 visas de baslinjer som beräknats mellan riksnätspunkter, "närsamband".



Figur 5.3. Baslinjer mellan riksnätspunkter, så kallade närsamband.

## 5.2 Nätutjämning

De slutgiltiga baslinjekomponenterna från varje session utjämnas slutligen till ett sammanhängande 3-dimensionellt nät för hela projektet. De stationer som ingår i utjämnningen redovisas i *Figur 5.3*.

### 5.2.1 Programvara

I utjämnningen användes programmet GEOLAB™ 2.4C från GEO-Survey i Kanada. Det är Windows-baserat och har ett GPS-stöd så att utdata från baslinjeberäkningen direkt kan användas av utjämningsprogrammet. Programmet arbetar så att det utför en samtidig minsta kvadrat utjämnning i tredimensionella geocentriska koordinater för alla baslinjer.

### 5.2.2 Viktsättning

Det finns ingen vedertagen standardviktsättning för nät med långa baslinjer. Lantmäteriverket använder en empirisk framtagen standardmodell för baslinjer upp till 20 km, (HMK Geodesi GPS). Denna skulle ge för pessimistiska värden på noggrannheten. En skattning av viktsättningen är därför på sin plats. Ett problem kan vara att nätet består av vektorer med mycket varierande längder.

Med Lantmäteriverkets egenutvecklade program Double2 ges en möjlighet att uppskatta noggrannheten i baslinjebestämningen. Double2 arbetar så att det jämför dubbelmätta baslinjer och presenterar avvikelserna mellan dessa i ett lokalt koordinatsystem North, East och Up, NEU. Resultatet av Double2-körningen visas i *Tabell 5.2*.

Det är möjligt att man får olika noggrannhet med hänsyn till typ av baslinje. Med typ av baslinje menas här om baslinjen räknas mellan referensstationer, mellan referensstation och RT-punkt eller mellan RT-punkter. Samma fenomen speglas också av RMS i baslinjeberäkningen. Anledningen till detta är ingen generell kvalitativ skillnad mellan observationstyper. Fenomenet beror på de sämre mottagningförhållandena som existerade på RT-stationerna, naturliga sikthinders inverkan kunde inte helt tas om hand då master sökte undvikas. Undersökningsmaterialet är litet och att viktsätta nätet med hänsyn till typ av baslinje vore nog att dra för stora slutsatser, viktsättningsmodellen måste därför bli enklare än så.



STN - STN	DAG	dN	dE	dU	Längd i km
6591 - Norr	294	-0.020	0.002	0.015	37
Mart - 6591	294	0.009	-0.002	0.090	198
Mart - 7621	293	0.011	0.000	-0.070	139
Mart - 7861	293	0.006	-0.001	-0.050	78
Mart - Norr	292	0.002	0.007	0.008	231
	292	0.005	0.004	-0.052	
	293	0.002	0.005	-0.006	
	293	0.000	0.003	-0.033	
	294	-0.003	0.007	-0.080	
	295	0.004	0.005	0.029	
Mart - Lovö	292	0.003	0.001	0.016	144
	292	0.004	0.000	-0.012	
	293	-0.002	0.003	0.005	
	293	0.001	0.002	0.011	
	294	0.004	0.001	0.035	
Norr - 7621	295	0.008	-0.002	-0.134	93
Norr - 7861	295	0.004	0.002	-0.078	157
Norr - Lovö	292	-0.003	0.000	0.036	123
	292	0.000	-0.003	0.002	
	293	-0.004	0.001	0.002	
	293	0.001	0.002	0.040	
	294	0.001	-0.004	0.122	
Lövö - 6591	294	0.012	0.000	0.068	87
	<b>RMS</b>	0.007	0.003	0.057	

Tabell 5.2. Dubbelmätningarnas differenser, Enhet [m].

Man har, med hänsyn till tidigare erfarenheter, se HMK-Ge GPS, tabell 6.1, anledning att misstänka en avståndsberoende term i precisionen. Med Tabell 5.2 kan man misstänka en avståndsberoende term i höjdkomponenten. Tittar man lite noggrannare på denna visar dock en linjär regressionsanalys att inget signifikant avståndsberoende kan spåras, se Figur 5.4. I de plana komponenterna kan man inte ens ana en sådan trend. Därför dras slutsatsen att ingen komponent är avståndsberoende och baslinjebestämningens noggrannhet väljs att skattas med en konstant term. Värt att notera är att noggrannheten i plan är mycket hög och att en betydligt lägre noggrannhet förekommer i höjdkomponenten enligt dubbelobservationerna. Detta beror på troposfärens variation mellan observationspunkterna samt mellan mättillfällena, vilket mest inverkar på höjdkomponenten (Beutler et al, 1987). Variationen av troposfären var stor eftersom väderförhållandena ändrades under mätveckan samt att baslinjerna är långa.

modell :	$y = \alpha + \beta x + v$	$y =$ höjddifferens dU i meter
		$x =$ avstånd i meter
skattningar	$\alpha = 0.00936 \pm 0.01188$	
	$\beta = -7 \cdot 10^{-8} \pm 7 \cdot 10^{-8}$	
	$r = -0.08$	(korrelationskoefficient mellan x och y)

Figur 5.4. Linjär regression av höjddifferenser dU ur tabell 5.2.

Eftersom Double2 ger ett RMS för jämförelser mellan baslinjer kan man inte direkt ta dessa värden som ett mått på noggrannheten för enskild baslinje. Med följande resonemang får man ut RMS för enskilda baslinjer. Resonemanget grundar sig på två baslinjer men kan lätt generaliseras till flera.

$$\text{Diff} = b_2 - b_1 \quad \rightarrow \quad V(\text{Diff}) = V(b_2) + V(b_1)$$

$V(b_1)$  och  $V(b_2)$  oberoende

$$\text{generalisering: } V(b) = V(\text{Diff}) / 2$$

$\text{RMS}^2(b)$  är en skattning av  $V(b)$

$$\text{RMS}_b = \text{RMS}_{\text{Diff}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (5.3)$$

där

Diff - differens     $b_j$  - baslinjen  $j$      $V(j)$  - Variansen för baslinjen  $j$

RMS - roten ur kvadratisk medelvärde av differenserna.

Apriorimedelfelen blir då

$S_N = 5 \text{ mm}$	apriorimedelfel North
$S_E = 3 \text{ mm}$	" East
$S_U = 41 \text{ mm}$	" Up

En konstant viktsättning stämmer bra med det tidigare antagande, se rubrik 4.1.2, att användandet av efterberäknade banddata tillsammans med jonosfärsfri linjärkombination gör mätningen skaloberoende. Noggrannheten i observationen beror inte på baslinjelängden.

Ingen hänsyn till existerande korrelationer mellan baslinjerna har tagits. Korrelationerna existerar eftersom samma observationsdata används vid beräkningen av olika baslinjer. Även inom baslinjerna, mellan komponenterna, finns korrelationer. I beräkningen av apriorimedelfelen förutsätts baslinjerna vara oberoende. Förbiseendet av korrelationerna är en brist. Ett baslinjeprogram som GPPS 4.5 levererar emellertid inte dessa korrelationer och då är det ett stort projekt att beräkna dessa.

### 5.2.3 Utjämnings

Nätutjämnings utfördes som fri utjämnings där den fasta referensstationen Mårtsbo, södra pelaren låstes med sina EUREF 89-koordinater. Data om utjämnings redovisas i *Tabell 5.3*. De utjämnade koordinaterna redovisas i bilaga V. Grundmedelfelet blev 0.93. Grundmedelfelet erhålls som funktion av förbättringarna men eftersom viktsättnings innebär att observationsekvationen normerats så kommer också grundmedelfelet att bli normerat. Har viktsättnings gjorts korrekt, dvs är observationsekvationernas varianser och kovarianser rätt skattade, så blir grundmedelfelet nära 1. Utan hänsyn till korrelationer mellan baslinjer ges dock ett något lägre grundmedelfel. Om alla kombinationer av baslinjer utjämnas utan hänsyn till korrelationer, kan man ha som tumregel att erhålla ett grundmedelfel på ungefär 0.9. Förbättringarna ger i reella mått, även om viktsättnings skulle vara fel, en uppskattning av motsägelserna i nätet, (Jivall, 1991). Förbättringarna och de standardiserade förbättringarna<sup>9</sup> för respektive baslinjekomponent gav inga stora eller utmärkande värden. Standardiserad förbättring kan ge information om grova fel (HMK-Ge GPS).

Antal punkter		15			
Antal observationer		207			
frihetsgrader		165			
grundmedelfel		0.93			enhetslös
	<b>referensstationer</b>	<b>6591, 7861, 7621</b>	<b>7971</b>	<b>Övriga</b>	
punktmedelfel plan	0.7	1.0	1.5	1.3	
punktmedelfel höjd	0.7	1.2	1.8	1.6	
punktmedelfel N-S	0.6	0.9	1.4	1.2	
punktmedelfel E-W	0.2	0.3	0.5	0.4	

*Tabell 5.3. Nätutjämningsdata. Enhet [cm]*

Apriorimedelfelen i höjd och punktmedelfelen i höjd från utjämnings skiljer sig mycket. Detta beror på att de dubbelmätningssjämförelser som utförts inte representerar materialet så bra. Nätet består av baslinjer med olika längd. Nästan alla baslinjer som har dubbelmätningar är långa. Det finns få dubbelobservationer på de korta baslinjerna. Det är känt att skillnader i troposfär mellan stationer i basvektorer påverkar höjdkomponenten, (Beutler et al, 1987). I långa baslinjer är sannolikheten större att troposfären är olika mellan stationerna (väderskillnad). Om endast långa baslinjer tas med för skattning av apriorimedelfelet så kommer det att bli större än medelvärdet för nätet. Troligtvis är detta förklaringen till skillnaden mellan apriorimedelfelet och medelfelet i höjd. D.v.s. apriorimedelfelet i höjd har blivit felaktigt uppskattat på grund av icke väntevärdesriktigt urval i stickprovet. Det finns troligen ett avståndsberoende i höjdkomponenten trots allt. Det är alltså viktigt att sprida dubbelmätningarna på olika långa baslinjer för att kunna skatta apriorimedelfelet i höjd effektivt.

Både apriorimedelfelen och punktmedelfelen indikerar större spridning i nord-syd komponenten än motsvarande i öst-väst, även felellipserna är orienterade åt nord-syd. Alla felellipser har i princip samma orientering. Detta är ingen slump, företeelsen beror på att felens orientering vid GPS-mätning är beroende av satellitkonstellationen (Leick, 1990 s 264).

<sup>9</sup> Förbättringen dividerad med sitt medelfel.

Satellit tätheten över himmelssfären är mycket mer utpräglad i öst-väst än i nord-syd på denna latitud vilket leder till sämre noggrannhet i nord-syd.

Eftersom alla kombinationer av baslinjer har tagits med i utjämnningen kan nätet te sig för starkt. Punktmedelfelen som ges kan te sig något optimistiska. Punktmedelfelen kan därför skalas om enligt formel 5.4, från en modell i HMK-Ge GPS.

$$m_s = m \cdot f \quad (5.4)$$

$$f = \sqrt{(n_{tot} / n_{it})} = 2.16 \quad (n_{tot} = 70)$$

där

$m$ : punktmedelfel,  $m_s$ : punktmedelfel efter omskalning.

$n_{tot}$ : antal baslinjer i utjämnningen,  $n_{it}$ : antalet icke triviala baslinjer.

Punktmedelfelen blir då enligt *Tabell 5.4*.

	Referensstationer	6591,7621,7861	7971	Övriga
plan (radiellt)	1.4	2.1	3.2	2.7
höjd	1.6	2.6	3.9	3.5

*Tabell 5.4. Punktmedelfel efter omskalning enligt HMK-ge GPS. Enhet [cm].*

En invändning mot detta är att nätet inte har en konventionell konfiguration, omskalningen är skapad för traditionella homogena GPS-nät och inte för denna typ av nät.

De lägsta punktmedelfelen gäller för referensstationerna. De största avser 107971 som saknar närsamband då den mätes tillsammans med 107131, vilken föll ur på grund av dåligt val av observationsplats. 107971 är alltså endast upphängd mot de tre fasta referensstationerna vilket gör punkten mindre tillförlitlig.

## 6. LIKFORMIG TRANSFORMATION I RUMMET

För att lättare leda läsaren genom den kommande analysen av GPS-datan förklaras några väsentliga begrepp med anknytning till transformationer.

Helmertrtransformation är en likformighetstransformation. En likformighetstransformation transformerar koordinater mellan system av samma typ och avbildar objekt likformigt.

Tredimensionell Helmertrtransformation har sju parametrar, tre translationer, tre rotationer och en skaländring. Transformationen kan i matrisform skrivas:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} + (1 + \delta) \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

Där

$X, Y, Z$	= kartesiska koordinater i "till-system"
$x, y, z$	= kartesiska koordinater i "från-system"
$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$	= translationer
$\delta$	= skalkorrektion
$\mathbf{R}$	= rotationsmatris

Rotationsmatrisen  $\mathbf{R}$  kan skrivas som produkten av rotationsmatriserna  $\mathbf{R}_x$ ,  $\mathbf{R}_y$  och  $\mathbf{R}_z$  vilka beskriver rotationen kring varje axel ( $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ ) i det tredimensionella systemet.

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z \mathbf{R}_y \mathbf{R}_x \quad (6.2)$$

De olika rotationsmatrisernas element kan studeras närmare i HMK-Ge GPS eller i Hofmann-Wellenhof et al (1992).

Det förfarande då man söker bestämma parametrarna i Helmertrtransformationen mellan två koordinatsystem, med hjälp av olika koordinater på gemensamma punkter, kallas *inpassning*.

Då man använder parametrarna i Helmertrmodellen för att överföra punkters koordinater i ett system till ett annat kallas förfarandet *transformation*.

Eftersom passpunkternas koordinater bygger på stokastiska mätdata kommer en inpassning att ge *restfel* efter transformation. Restfelen i varje passpunkt visar hur mycket transformationens resultat avviker från "facit".

Huvudproblemet med Helmertrtransformation i allmänhet är att det uppstår ett glapp efter transformation, motsvarande storleken på restfelen. För att minska detta problem kan man införa någon form av restfelskompensation (Lithén & Engberg, 1994). Exempelvis kan interpolationsverktyget kollokation användas, se avsnitt 9.

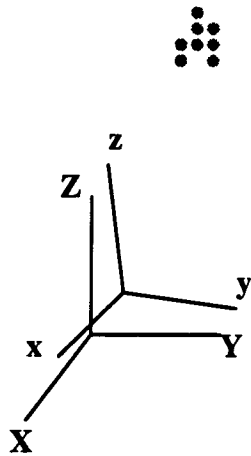
Terminologin är analog med tvådimensionella Helmertrtransformationen. Se även Reit, (1990).

## 6.1 Problem med korrelerade parametrar

Problemet är att de sju parametrarna som beskriver vägen mellan två tredimensionella system, kan i vissa situationer vara inbördes korrelerade. Vid en parameterskattning baserad på minsta kvadrat inpassning kan parametrarna kompensera varandras värden. Små koordinatändringar kan ge stora relativa förändringar i parametrarna som beskriver likformighetstransformationen. Det numeriska problemet är då illa konditionerat. Detta inträffar då origo ligger på långt avstånd ifrån de koordinatsatta punkterna samt att punktsvärmen ligger relativt samlat, *Figur 6.1*. Exempelvis kan en skaländring kompenseras av en translation. För att studera beroendet numeriskt så analyseras lämpligen  $(\mathbf{I} - \mathbf{A}^0)$  matrisen från inpassningen,  $\mathbf{A}^0$  enligt formel 6.3.

$$\mathbf{A}^0 = \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \quad (6.3)$$

Vid Helmerttransformationer där punktmängden är spridd över hela klotet (jorden) uppkommer inte detta problem.



*Figur 6.1. Punktmängden vid nationella transformationer är förhållandevis samlad och ligger långt ifrån koordinatsystemens origo.*

Slutsats: Att studera parametrarnas värden i Helmertmodellen är ett mindre bra sätt att jämföra transformationer. Därför redovisas parametervärden från inpassning och transformation i sparsam omfattning i fortsättningen.

## 7. JÄMFÖRELSE AV GPSDATA MOT DOSE 93A

Som en inledande studie av GPS-nätets kvalite, jämfördes de utjämnade koordinaterna på referenstationerna Mårtsbo, Lovö och Norrköping, MLN, med motsvarade koordinater härstammande ur en annan högkvalitativ GPS-mätning : DOSE 93A. Syftet är att klargöra om GPS-lösningen kan sägas representera samma goda kvalitet som ett kommande SWEREF 93.

### 7.1 DOSE 93A

DOSE 93A är ett på GPS-observationer fritt utjämnat nät. Namnet kommer från det landhöjningsstudieprojekt kallat DOSE, ur vilken datan är hämtad. Förkortningen DOSE står för Dynamics Of the Solid Earth. I landhöjningsstudien används upprepade GPS-mätningar för att bestämma den 3-dimensionella deformationen p.g.a landhöjningen. Projektet genomförs ur geologisk synvinkel under en kort tidsperiod , 3 - 5 år. Onsala rymdobservatorium har huvudansvaret för projektet, med stöd av bl.a. NASA<sup>10</sup> via Smithsonian Astrophysical Observatory. Observationspunkterna i DOSE 93A består av alla svenska EUREF 89-punkter och alla fasta referensstationer samt vissa nordiska och europeiska EUREF-punkter. Sammanlagt 40 punkter ingår i nätet varav 22 stycken är svenska. 20 av punkterna sammanfaller med SWEPOS. Den fria utjämnningen är utförd med stationen Wettzell (Tyskland) låst i system ITRF 91 epok 1993.6. Avsikten med nätet är att skapa underlag för ett gemensamt nationellt geocentriskt referenssystem, SWEREF 93, för de fasta referensstationerna, med ett klarlagt samband till EUREF.

### 7.2 Koordinatdifferenser och skaljämförelse

I *Tabell 7.1.* redovisas koordinatdifferenser mellan de båda lösningarna på de gemensamma punkterna, MLN. I *Tabell 7.2.* samma sak men med differenser uttryckta i ett lokalt North-East-Up system. En anmärkningsvärd god överensstämmelse föreligger. Tydligt är skillnaden mellan systemen huvudsakligen endast beroende av en translation.

Station	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	3D-residual [m]
Mårtsbo	-0.071	0.024	0.030	0.081
Lovö	-0.092	0.021	0.010	0.095
Norrköping	-0.084	0.010	0.017	0.086
medelvärde	-0.082	0.018	0.019	0.086
RMS	0.009	0.006	0.008	0.006

*Tabell 7.1. Koordinatdifferenser DOSE 93A minus GPS-lösning. Enhet [m]*

<sup>10</sup> National Aeronautical and Space Administration.

Station	$\Delta N$	$\Delta E$	$\Delta U$	[m]
Mårtsbo	0.068	0.044	-0.005	
Lövö	0.076	0.047	-0.033	
Norrköping	0.075	0.034	-0.024	
medelvärde	0.073	0.042	-0.021	
RMS	0.004	0.006	0.012	

Tabell 7.2. Koordinatdifferenser DOSE93A minus GPS-lösning, lokala koordinater. Enhet [m]

Genom att bilda differenser av längderna på vektorerna i DOSE 93A med motsvarande längder i GPS-lösningen ges ett skalmått. Resultatet indikerar på avsaknad av skalskillnad mellan systemen.

	Avstånd
$\  \text{MART} - \text{LOVO} \ _{\text{DOSE93A}} - \  \text{MART} - \text{LOVO} \ _{\text{GPS}} = -7 \text{ [mm]}$	144 km.
$\  \text{MART} - \text{NORR} \ _{\text{DOSE93A}} - \  \text{MART} - \text{NORR} \ _{\text{GPS}} = -5 \text{ [mm]}$	231 km.
$\  \text{LOVO} - \text{NORR} \ _{\text{DOSE93A}} - \  \text{LOVO} - \text{NORR} \ _{\text{GPS}} = 9 \text{ [mm]}$	123 km.

### 7.3 Inpassningar

Genom en inpassningsstudie på de gemensamma punkterna, MLN, ges en god bild av den relativa geometrin, även fast de båda GPS-näten är beräknade i olika absolutläge. Tre olika 3D-inpassningar gjordes, sju, sex och tre-parameter. Tyvärr ger tre gemensamma punkter frihetsgrader i minsta laget. Resultaten från inpassningarna visas i Tabell 7.3. Samtliga parametrar i inpassningen är små, translation < 2 m, vridningen < 0"06. En 6-parameter inpassning har applicerats då skalparametern i 7-parametern inte föreligger signifikant. 6-parametern ger också lägre grundmedelfel. En 3-parameter inpassning, endast translation, ger generellt högre grundmedelfel och förbättringar, men dessa är fortfarande mycket små.

Inpassning	Antal parametrar	So [mm]	radiell residual MART	radiell residual LOVO	radiell residual NORR	frihetsgrader	Skala [ppm]
GPS → DOSE	7	7	4	7	4	2	-0.01 ± 0.04
GPS → DOSE	6	6	6	7	4	3	--
GPS → DOSE	3	9	17	14	8	6	--

Tabell 7.3. Inpassningar GPS → DOSE 93A. Enhet [mm]

Grundmedelfelet på 6 mm, frånvaron av skalskillnad och de små residualerna påvisar god inre överensstämmelse mellan de båda systemen samt GPS-teknikens styrka. Med styrka menas hög repeterbarhet. Den systematiska skillnaden i utjämnade koordinater kan förklaras med att koordinaterna härstammar från olika nätjämnningar med olika utgångspunkt. Dessa utgångspunkter är definierade i mycket närliggande men olika globala koordinatsystem. DOSE



93A är beräknat i ITRF 91 epok 1993.6, GPS-nätet i projektet är beräknat i EUREF 89 epok 1989.0. Skillnaderna mellan dessa två datum beror dels på att olika tidpunkters data definierar koordinatsystemen och dels att koordinatsystemen rört sig relativt varandra beroende på platttektoniska rörelser globalt mellan epokerna. Punkterna har inte rört sig relativt varandra utan det är koordinatsystemen som har rört sig mellan epokerna.

Sammanfattningsvis kan sägas att triangeln MLN är lika mellan de bägge systemen, men triangeln har olika absolutläge och orientering huvudsakligen beroende på translation mellan två geocentriska system. Translationen speglar skillnaden i absolutläge mellan EUREF 89 och DOSE 93A.

## 8. JÄMFÖRELSE GPSDATA MOT RR 92 REGIONALT

Följande frågor söks besvaras :

- Är riksnäten regionalt homogena ?
- Finns det någon trend i restfelen i transformationen mellan GPS och RT 90?

Det fritt utjämnade GPS-nätets koordinater jämförs med motsvarande punkters koordinater i RR 92. Jämförelser utförs som skaljämförelse, inpassningar i 3D, inpassningar separat i plan och höjd. Dessutom görs ett studium av restfelen i plan i syfte att detektera trender och interpolationsmöjligheter. För att effektivt studera systemen måste man veta något om studie-materialets kvalitet.

### 8.1 Datakvalitet

Sammanfattningsvis kan sägas att GPS-koordinaterna har den högre kvalitet som gör det möjligt att använda dem som referenssystem vid jämförelser med system RR 92, dock kommer jämförelser i vertikalled att ha mindre säkerhet.

#### 8.1.1 GPS-datas kvalitet

I och med att efterberäknade banddata har använts, att punkterna observerats i nästan tre timmar och att mätningen på två frekvenser ger möjlighet till jonosfärmodellering, så har mätningresultatet blivit mycket bra.

Resultaten från nätutjämnningen av GPS-observationerna indikerar på ett punktmedelfel i plan på ca 1.5 cm enligt *tabell 5.3*. I höjd är osäkerheten större, utjämningsresultatet ger ett punktmedelfel på ca 3 cm. I jämförelsen med DOSE 93A i avsnitt 7 är överensstämmelsen mycket god.

Punktmängden har olika tillförlitlighet vilken ges nedan, från högst tillförlitlighet till minst :

Högst tillförlitlighet har referensstationerna, MLN, ty de har flest mätningar.

På 117861, 107621, 796591 är dubbelmätningar utförda.

Övriga punkter utom 107971.

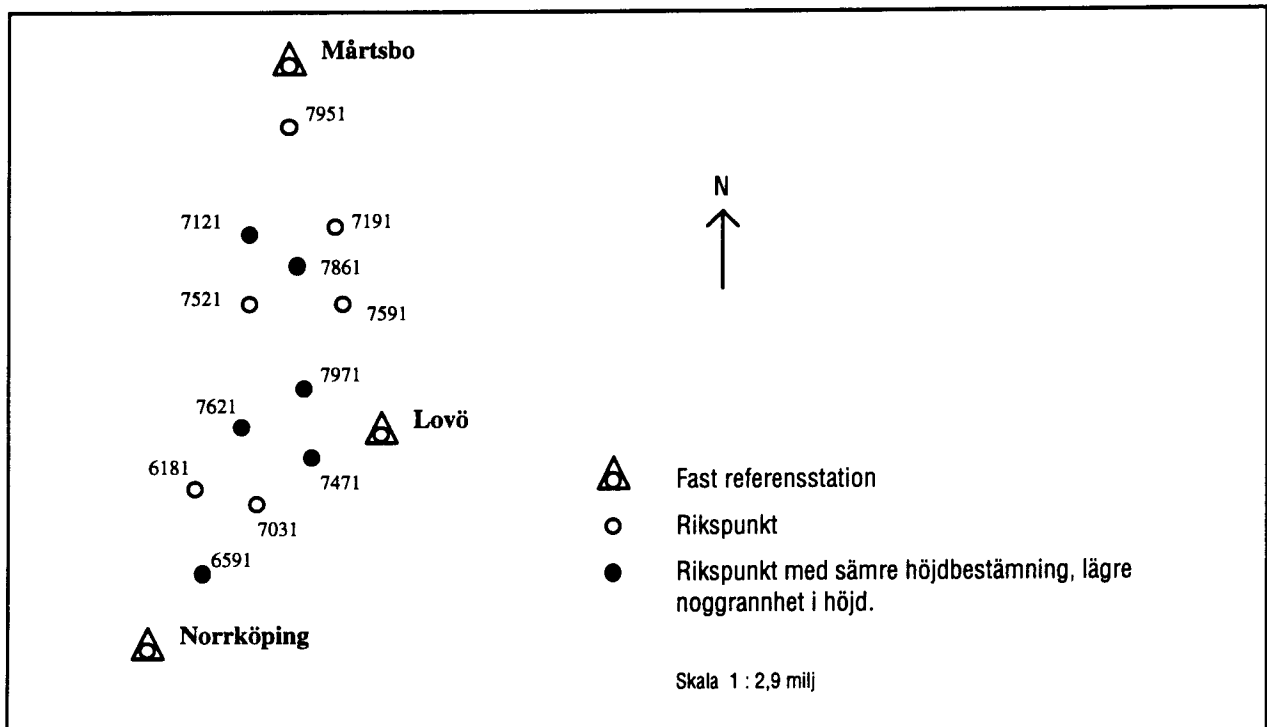
Två punkter 106181, 117591 har observerats på försäkringsmarkeringarna, vilket ger en extra osäkerhet i samband med centreringskorrektion. Korrektionen är, för enkelhetens skull, gjord så att riksnätets data har korrigerats.

Minst tillförlitlig är 107971, som inte har några närsamband. Denna punkt är endast upphängd på referensstationerna.

### 8.1.2 RR 92-datas kvalitet

Det geodetiska systemet RR 92 är en sammanfogning av RT 90, RH 70 och RN 92, se avsnitt 2.2. Dessa olika nät håller olika noggrannhetsnivåer. Det plana riksnätet, RT 90, har ett uppskattat relativt medelfel på 1 - 2 ppm (Reit, 1988) och nätet antages ha en jämn fördelning av felen i området. Höjdnätet i Sverige, RH 70, har ett grundmedelfel från utjämningen på 1.63 mm /  $\sqrt{\text{km}}$  (Pettersson, 1985). Tyvärr sammanfaller inte höjdnätets markeringar med det plana riksnätets punkter. Härav måste anslutningsmätning till för bestämning av höjden på de plana rikspunkterna. Anslutningsmätning i höjd har också skett till alla här studerade rikspunkter, men med skiftande precision, se *Figur 8.1*. De fasta referensstationerna har en bra anslutningsmätning, med ett medelfel på några mm. Sex av de här studerade rikspunkterna har avvägs från fix och har därav en acceptabel höjdbestämning,  $\sim 1$  cm. De övriga sex RT 90-punkterna har antingen höjdbestämts med hjälp av trigonometrisk höjdmätning mellan triangelpunkter eller höjdtåg från fixpunkt, vilket har givit ett medelfel på  $\sim 10$  cm. Geoidmodellen för Sverige, RN 92, har samma noggrannhet som dess ursprung NKG89 (Ekman, 1993). Resultaten från en kontroll av NKG89 geoiden visar en relativ överensstämmelse på ca 1 dm (se Jivall & Ottoson, 1993).

RR 92-datan har inte homogen kvalitet eftersom komponenterna i höjd på triangelpunkterna har en helt annan noggrannhetsfördelning än de plana koordinaterna, de tillhör inte samma statistiska fördelning. Höjderna har bestämts med olika metoder vilka representerar olika precision och de är ej utjämnade samtidigt. Geoidhöjdsmodellen innehåller en viss brusnivå. Studier i höjd kommer att ge ett mer osäkert resultat. Koordinater i RR 92 redovisas i bilaga III och bilaga IV.



Figur 8.1. Rikspunkternas höjdnoggrannhet.

## 8.2 Skalj jämförelse

En utredning av skalskillnaden mellan GPS-mätningen och RR 92, dess storlek, tecken och varians ger en övergripande bild av homogeniteten i RR 92.

Genom att jämföra längden på de tredimensionella vektorerna i RR 92 med motsvarande ur GPS-nätet ges ett enkelt mått på skalskillnaden mellan de båda koordinatsystemen.

Jämförelsemodellen ges av formel 8.1,  $l_x$  är längden i system X och  $\Delta S$  är skalskillnaden (X kan vara GPS eller RR 92).

$$l_{RR92} = l_{GPS} (1 + \Delta S) \quad (8.1)$$

Med 15 gemensamma punkter bildas 105 vektorjämförelser. Initialt togs samtliga 105 med i analysen. Spridningen är hög, se *Diagram 8.1*. Extremvärden, både max och min hänförs till punkt 7971 (107971). 7971 har en avvikande fördelning jämfört med övriga punkter. Utan 7971 är fördelningen spridd mellan -0.6 och 2.6 ppm, med 7971 ligger spridningen mellan -0.8 och 4.0 ppm.

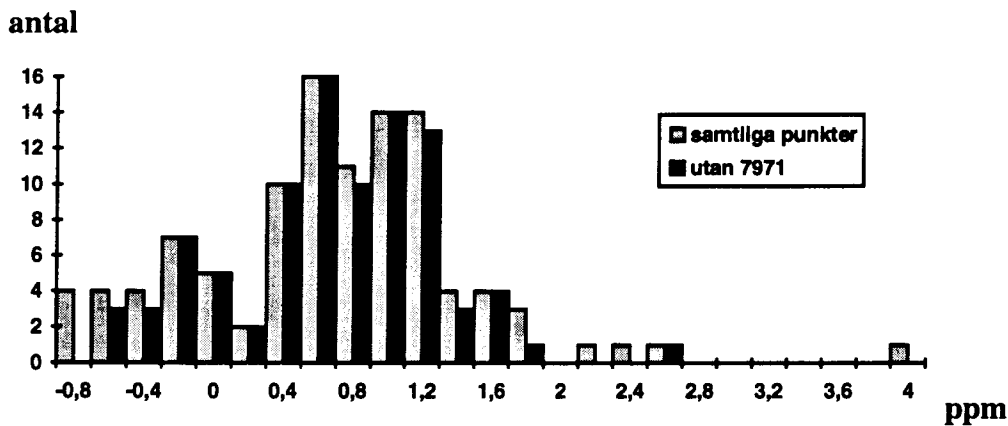


Diagram 8.1. Avståndsdifferensernas fördelning, RR92-avstånd minus GPS-avstånd, uttryckt i ppm.

En medelskalkillnad på 0.7 ppm registrerades. Skalskillnaden är positivt definierad från GPS-nätet till RR 92. Grundmedelfelet stannar på 0.8 ppm, se Tabell 8.1. I Tabellen är avståndsdifferenser uttryckta både i ppm och i faktiskt avstånd. Om 7971 tas bort ändras inte medelvärdet på skalskillnaden nämnvärt men grundmedelfelet sjunker med 20 procent.

Genomgående finns en trend att skalskillnaden, RR 92 - GPS-nätet, är positivt definierad i norra delen av området och i södra delen negativt. Det förefaller som området kan delas in i delområden med olika skalor. Se också bilaga II.

RR92-GPS	antal punkter	antal jmfr vektorer	medel-skala[ppm]	Standard-avvikelse	max [ppm]	min	Anm
ppm	15	105	0.705	0.786	3.929 <sub>7591-7971</sub>	-0.843 <sub>7971-7621</sub>	
ppm	14	91	0.686	0.609	2.653 <sub>7521-7121</sub>	-0.683 <sub>7591-7861</sub>	ej pkt 7971

RR92-GPS	antal punkter	antal jmfr vektorer	medel avst-skillnad[m]	Standard-avvikelse	max [m]	min	Anm
meter	15	105	0.059	0.058	0.185 <sub>7951-7971</sub>	-0.057 <sub>7971-6591</sub>	
meter	14	91	0.061	0.051	0.165 <sub>7951-7031</sub>	-0.026 <sub>NORR-7031</sub>	ej pkt 7971

Tabell 8.1. Skalstudie på avståndsdifferenser RR 92 - GPS-lösning, Enhet [ppm] och [m].

### 8.3 Inpassningar

Ett annat och mer informationsbärande sätt att kontrollera riksnäten är att jämföra dessa med ett annat referenssystem genom Helmertinpassning. Självklart måste referenssystemet ha en högre kvalitet, vilket GPS-nätet får anses ha. Genom att utföra inpassningen och studera restfelen kan en mer omfattande analys utföras.

Inpassningstudien delas upp i: 3D GPS → RR 92  
 plan GPS → RT 90  
 höjd GPS → RH 70, RN 92

För att utföra de olika beräkningarna används de vid LMV utvecklade PC-programmen :

SNOOK 0.5 : tredimensionell inpassning  
 SNOOPY 8.2 : plan inpassning och koordinatjämförelser med modulen KDIFF  
 SNOOZE 1.1 : inpassning i höjd

#### 8.3.1 GPS - RR 92

Den tredimensionella Helmertinpassningen utfördes med 7 och 6 parameterar, resultat visas i *Tabell 8.2*. Vid inpassning på 15 punkter indikeras ett grundmedelfel på 10 cm och en största residual 0.5 m. Maxresidualen tillhör 7971 (107971). Huvudelen av residualen ligger i höjdkomponenten. En inpassning på 14 punkter, utan 7971, ger nästan samma transformationsparametrar men 50 procent lägre medelfel i parametrarna och i grundmedelfelet. Resultaten visar, tillsammans med resultaten från skaljämförelsen, att 7971 avviker betydligt från övriga punkters statistiska fördelning. Fenomenen kring punkt 107971 beteende diskuteras under separat rubrik. Även då 7971 utelämnas i inpassningen, erhålls en stor max-residual : 0.2 m, då i punkt 7471. Punkten 7471 är en av de 6 riksnätspunkter i datasetet som har en höjdkoordinat i RH 70 med lägre noggrannhet beroende på mindre tillförlitlig inmätningsteknik.

Inpassning	Antal parameterar	Antal passpunkter	Grund-medelfel [m]	max residual [m]	skala [ppm]	Anm
GPS → RR92	7	15	0.102	0.513 <sub>7971</sub>	0.71 ± 0.40	Alla punkter
GPS → RR92	7	14	0.054	0.213 <sub>7471</sub>	0.71 ± 0.22	Ej punkt 7971
GPS → RR92	7	9	0.037	0.082 <sub>7191</sub>	0.70 ± 0.17	Punkter med bra höjder
GPS → RR92	7	3	0.038	0.041 <sub>LOVÖ</sub>	0.58 ± 0.20	Endast MLN
GPS → RR92	6	14	0.061	0.219 <sub>7471</sub>	---	Unitär

*Tabell 8.2. 3D-inpassningar GPS-lösning → RR 92, enhet [m].*

Med en 9-punkters inpassning, bildad på MLN och de riksnätspunkter med bra höjdbestämning, se *Figur 8.1*, erhålls parametrar med högre kvalitet,  $S_0 = 3.7$  cm med max residual 8.2 cm. *Diagram 8.2* redovisar restfelen för 9-punkters inpassning. I princip har samma skalfaktor erhållits i de tre olika inpassningarna 15, 14 och 9-punkters. En inpassning endast omfattande MLN utfördes, vilken skall användas som underlag vid jämförelse mellan Nationell och Regional transformation i avsnitt 10. Dessutom gjordes en unitär tredimensionell inpassning, som underlag till inpassningar i planet.

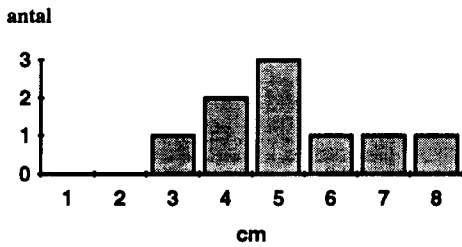


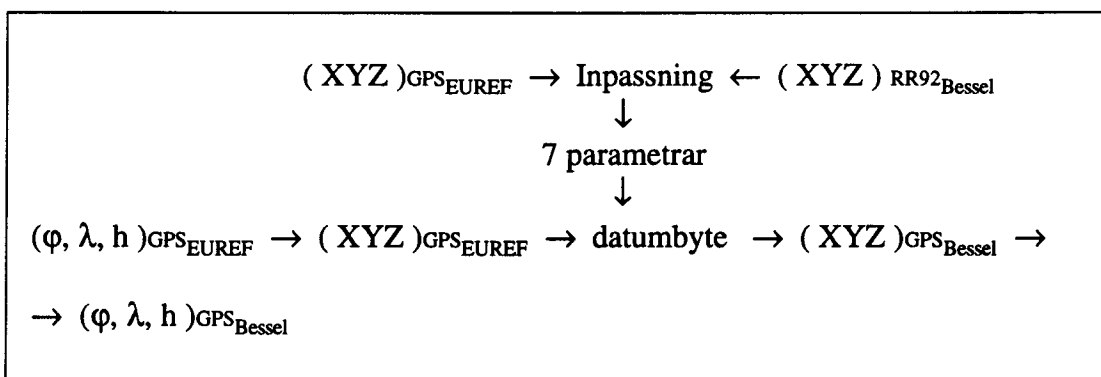
Diagram 8.2. 3D-residualer radiellt efter 7-parameter Helmertinpassning på de 9 punkter med högre kvalitet i höjdbestämningen. Enhet [cm].

### 8.3.2 GPS - RH70, RN92

GPS är ett tre-dimensionellt system, vilket innehåller höjdinformation. De höjder som systemet presenterar är inte höjd över geoiden utan höjd över ellipsoiden. GPS-koordinater ges i ett globalt koordinatsystem. Ett datumbyte kan ge GPS-genererade ellipsoidhöjder på Bessels ellipsoid. Genom att lägga samman RH 70-höjd med RN 92-geoidhöjd, se formel 8.2, ges en höjd över Bessels ellipsoid. Det är dessa två ellipsoidhöjder på varje observationspunkt som jämförs och studeras. Studien kommer inte kunna skilja på ortometriskt höjdfel och geoidhöjdfel.

$$h = N + H \quad (8.2)$$

$h$  : ellipsoidhöjd,  $N$  : geoidhöjd,  $H$  : ortometrisk höjd.



Figur 8.2. Transformation av ellipsoidhöjder, GPS(EUREF) → RR 92.

Höjdstudien kräver precis som en studie i plan att de båda koordinatseten är uttryckta i samma system, annars är jämförelsen missvisande. De GPS-genererade positionerna transformerades till system RR 92 med sju parametrar ur inpassning GPS → RR 92, Tabell 8.2. Det föreligger en skalskillnad mellan GPS-mätningen och RR 92 och det finns inget intresse att studera skalskillnaden separat i höjd, så skalfaktorn tas med. Ur transformationen ges GPS-genererade positioner uttryckta i RR 92. Efter omvandling, från kartesiska koordinater (XYZ) till geografiska koordinater ( $\varphi, \lambda, h$ ) på Bessel ellipsoiden, kan ellipsoidhöjden studeras separat. För att tydliggöra transformationsgången visas den i Figur 8.2.

Jämförelsen av ellipsoidhöjder utfördes endast genom studier av koordinatdifferensers spridning efter tredimensionell inpassning. Inga inpassningar gjordes separat i höjddimensionen. I *Tabell 8.3.* redovisas resultatet av spridningen i höjd efter tredimensionell inpassning. En jämförelse baserad på 15 punkters tredimensionell inpassning ger ett RMS i höjd på 16.9 cm och en stor maxresidual gällande 107971. Med endast 14 punkter sjunker RMS i höjd ned till 7,9 cm men med en alltså stor max-residual, nu för punkt 107471. Punkt 107471 har en mindre noggrann anlutningsmätning till RH70. Om man utför höjd-jämförelsen endast på de rikspunkter med bra höjdbestämmning i RH70 enligt *Figur 8.1*, får man ett grundmedelfel på 4.5 cm och max residual mindre än 1 dm. Som tidigare gjordes en separat studie gällande referensstationerna MLN, vilken gav likartat grundmedelfel som 9-punkters jämförelsen.

Jämförelse	Pass-punkter	RMS [m]	Max residual [m]	Anm
GPS → RH70 + RN92	15	0.169	0.505 <sup>7971</sup>	
GPS → RH70 + RN92	14	0.079	0.209 <sup>7471</sup>	Ej punkt 7971
GPS → RH70 + RN92	9	0.045	0.079 <sup>7191</sup>	MLN + rikspunkter med bra höjd i RH70.
GPS → RH70 + RN92	3	0.047	0.055	Endast MLN

*Tabell 8.3. Ellipsoidhöjdsdifferensers spridning. Enhet [m].*

Ellipsoidhöjder (h) från RR 92 (Bessel) och transformerade GPS-ellipsoidhöjder (h) uttryckta på Bessel, samt differensen redovisas i *Tabell 8.4* nedan. GPS-höjderna är framräknade genom 3D-transformation baserad på nio datapunkter, de med bra höjdbestämmning i RH 70.

Punkt	h RH70 + RN92	h GPS	(h RH70+RN92) - (h GPS)
Mårtsbo	44.913	44.862	0.051
Lovö	48.949	48.894	0.055
Norrköping	9.888	9.857	0.031
107471	64.096	63.840	0.256
127951	52.845	52.806	0.039
117591	28.812	28.851	-0.039
117861	62.760	62.821	-0.061
127191	82.363	82.439	-0.076
107971	36.049	35.457	0.592
117521	102.815	102.853	-0.038
107031	61.703	61.687	0.016
796591	58.329	58.293	0.036
106181	77.611	77.650	-0.039
107621	56.265	56.326	-0.061
127121	80.009	80.112	-0.103

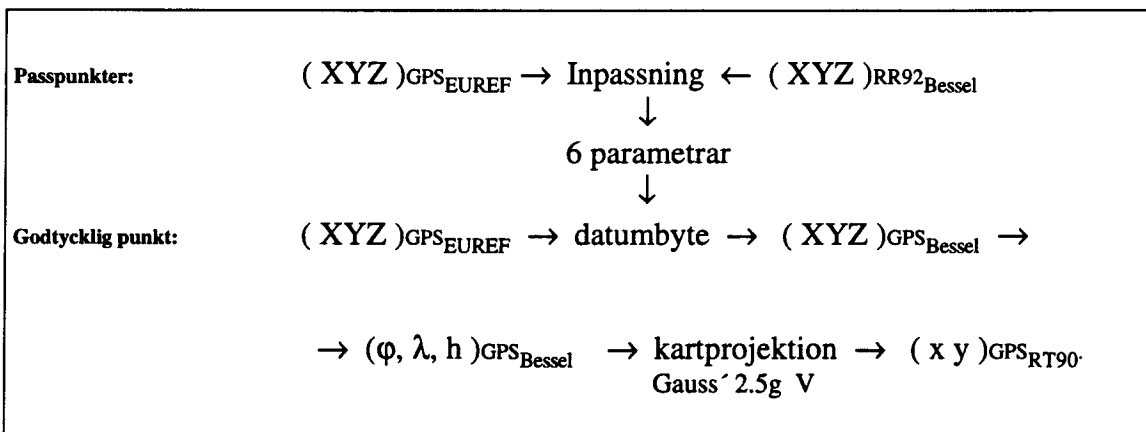
*Tabell 8.4. Ellipsoidhöjder, RR 92 och GPS samt differenser, GPS-höjder transformerade på 9-punkters 3D-inpassningsparametrar. Enhet [m].*

### 8.3.3 GPS - RT 90

För att kunna utföra riktiga jämförelser i planet måste punktmängderna, GPS-genererad och RR 92 mängd, vara uttyckta i samma plan. För att vara uttyckta i samma plan måste de tredimensionella koordinaterna vara definierade på samma ellipsoid som har samma orientering för båda koordinatseten. Dessutom måste båda mängderna vara avbildade med samma kartprojektion med identisk medelmeridian.

Den plana Helmertinpassningsstudien förbereddes genom att först göra datumbyte av alla GPS-koordinater från system EUREF/ ITRF91 till system RR 92, se *Figur 8.3*. Transformationen utfördes med parametrarna ur 14 punkters unitär inpassning GPS → RR 92, *Tabell 8.2*. Punkt 7971 var inte med och styrde transformationsparametrarna. Unitär valdes för att kunna studera absolut skala även i planet. Därefter överräknades de kartesiska koordinaterna till geografiska koordinater, latitud, longitud och höjd på Bessels ellipsoid. Slutligen projicerades de geografiska koordinaterna med Gauss´ konforma projektion från ellipsoidens yta till planet, 2.5 gon V Stockholms g:a observatorium. För tydlighetens skull visas arbetsgången nedan i *Figur 8.3*. Denna arbetsgång ger GPS-nätet uttryck i ett ungefärligt RT 90.

Nu är både GPS-genererade positioner och riksnätspunkter uttryckta i samma plan. Det är nödvändigt för att riktiga jämförelser skall kunna göras.



*Figur 8.3. Transformation och överräkning av GPS-koordinater till RT 90.*

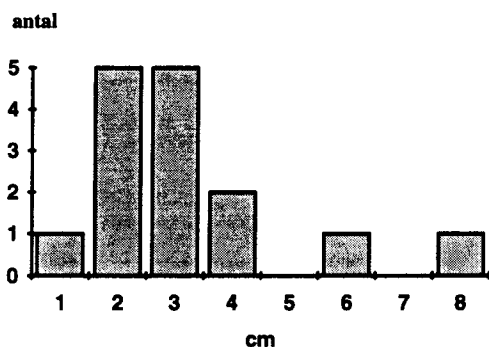
Den plana inpassningsstudien utfördes med plan Helmertinpassning vilken har fyra obekanta, två translationer, en vridning och en skalfaktor. Helmertinpassningens resultat visas i *Tabell 8.5*. Vid 15 punkters inpassning ges ett lågt grundmedelfel men residualen på punkt 7971 avviker. Avvikelsen är inte lika tydlig som i höjd men i programmet SNOOPY, som har ett test baserat på F-fördelning, pekas punkten 7971 ut med ett värde som överskrider testkvoten. Dock avviker punktens radiella residual "bara" 2.1 cm från näst största radiella residual (Norrköping), se även *Figur 8.4*. Dessa båda största residualer har emellertid motsatt riktning, vilket kan innebära att minstakvadratmetoden i inpassningen försöker jämna ut felen i 7971 på bekostnad av NORR. Problemen kring rikspunkten 107971 kommer att diskuteras under egen rubrik.



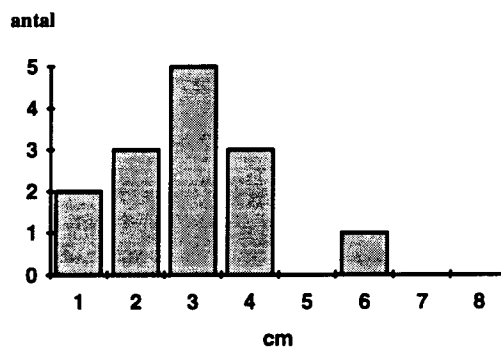
Plan Helmert-Inpassning	Antal passpunkter	Grundmedelfel [m]	Max residual [m]	Skala [ppm]	Anm
GPS → RT90	15	0.029	0.085 <sup>7971</sup>	0.71 ± 0.12	
GPS → RT90	14	0.024	0.057 <sup>NORR</sup>	0.70 ± 0.10	Ej punkt 7971
GPS → RT90	3	0.037	0.041 <sup>LOVÖ</sup>	0.58 ± 0.22	endast MLN
GPS → RT90	14	0.042	0.097	--	unitär

Tabell 8.5. Plan inpassning GPS → RT 90 mha SNOOPY8.2, Enhet [m].

Med 14 punkter, utan 7971, sjunker grundmedelfelet ytterligare. Max radiell residual tillhör nu referensstationen Norrköping, men har sjunkit något. Någon större skillnad mellan inpassning på 15 eller 14 punkter föreligger inte, se *Figur 8.4* och *Figur 8.5*. En inpassning på endast MLN utfördes för att skapa transformationsparametrar för studier längre fram.



Figur 8.4. Restfel radiellt 15 - punkters inpassning.



Figur 8.5. Restfel radiellt 14 - punkters inpassning.

## 8.4 Restfel i plan

En studie av restfelen i plan är av intresse, dels för en tidigare indikation på förekomst av olika skalor i norra och södra delen av studieområdet, se skalstudie under rubrik 8.2, dels för att se om restfelen har någon trend, någon form av systematik, som senare kan tas om hand med någon form av interpoleringsteknik.

Ur en inpassning i plan kan man bilda två-dimensionella restfelsvektorer, av förbättringarna i x- och y-led. Karta över restfelsvektorerna från 15 punkters inpassning redovisas i *Figur 8.6*. Flera vektorer har liknande orientering i planet som dess närliggande grannar men det finns också fall där närliggande vektorer som har olikartad orientering. Storleken på restfelsvektorerna är ganska jämnt fördelade över ytan om man bortser från 7971.

Man kan urskilja en tydlig brytning i trenden över området. Mellan punkt 7521 och 7121 och mellan punkt 7591 och punkterna 7971, LOVÖ finns en motsättning mellan restfelsvektorernas orientering, se *Figur 8.6*. Restfelsvektorerna pekar åt olika håll beroende på vilken sida om den beskrivna brytlinjen de befinner sig. Samma fenomen uppstår även på restfelskartor där transformationen baseras på 14 eller 3 (MLN) punkter. Dessa två restfelskartor redovisas i bilaga VI, de har kommit till genom att först transformera alla GPS-koordinater till RT 90 med

parametrar från 14 eller 3 punkters inpassning, därefter studeras förbättringarna av en koordinatjämförelse på alla 15 punkter. För koordinatjämförelse har det LMV-utvecklade programmet SNOOPY's modul KDIFF applicerats.

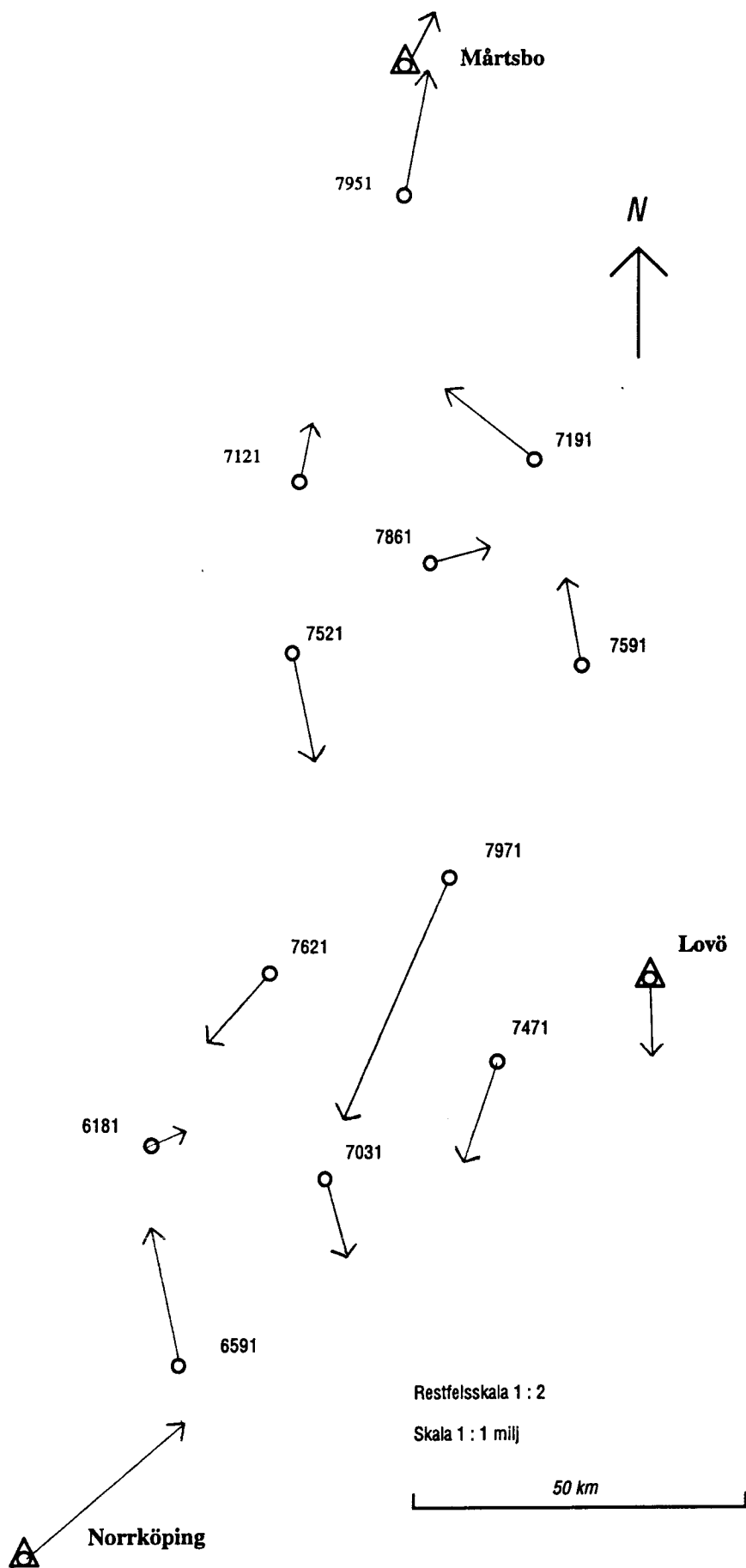
Inom området MLN utbyttes längdmätningssinstrument under tredje rikstrianguleringen. Under tredje rikstrianguleringen, 1967 - 1982, pågick parallellt en teknisk utveckling av längdmätningssinstrumenten. I takt med teknikutvecklingen ersattes längdmätningssinstrumenten med modernare. Instrumentbytet utfördes nära, men inte sammanfallande med, den gräns som ovan nämnts. Byte av instrument sammanfaller i stort med regionsgräns 07- 09.

Instrumentbytet var från Tellurometer till Geodimeter. Tellurometer är ett instrument för längdmätning baserad på mikrovågors fortplantning. Instrumentet har en mycket större osäkerhet i användningen då det i mycket hög grad är känsligt för atmosfärens variationer. Atmosfärskorrekktionerna är stora och då atmosfäriska fenomen ännu är svåra att modellera kommer avståndet ur en längdmätning med Tellurometer att bli osäkrare än en motsvarande med en elektrooptisk längdmätare (tex Geodimeter). Det har räknats fram en konstant systematisk skillnad mellan Geodimeter och Tellurometer, en skalfaktor, vilken har använts för korrigering i beräkningen av RT 90. Man kan fråga sig om en konstant räcker för att modellera skillnaden. Karta över vilka instrumenttyper som använts var visas i *Figur 8.7*.

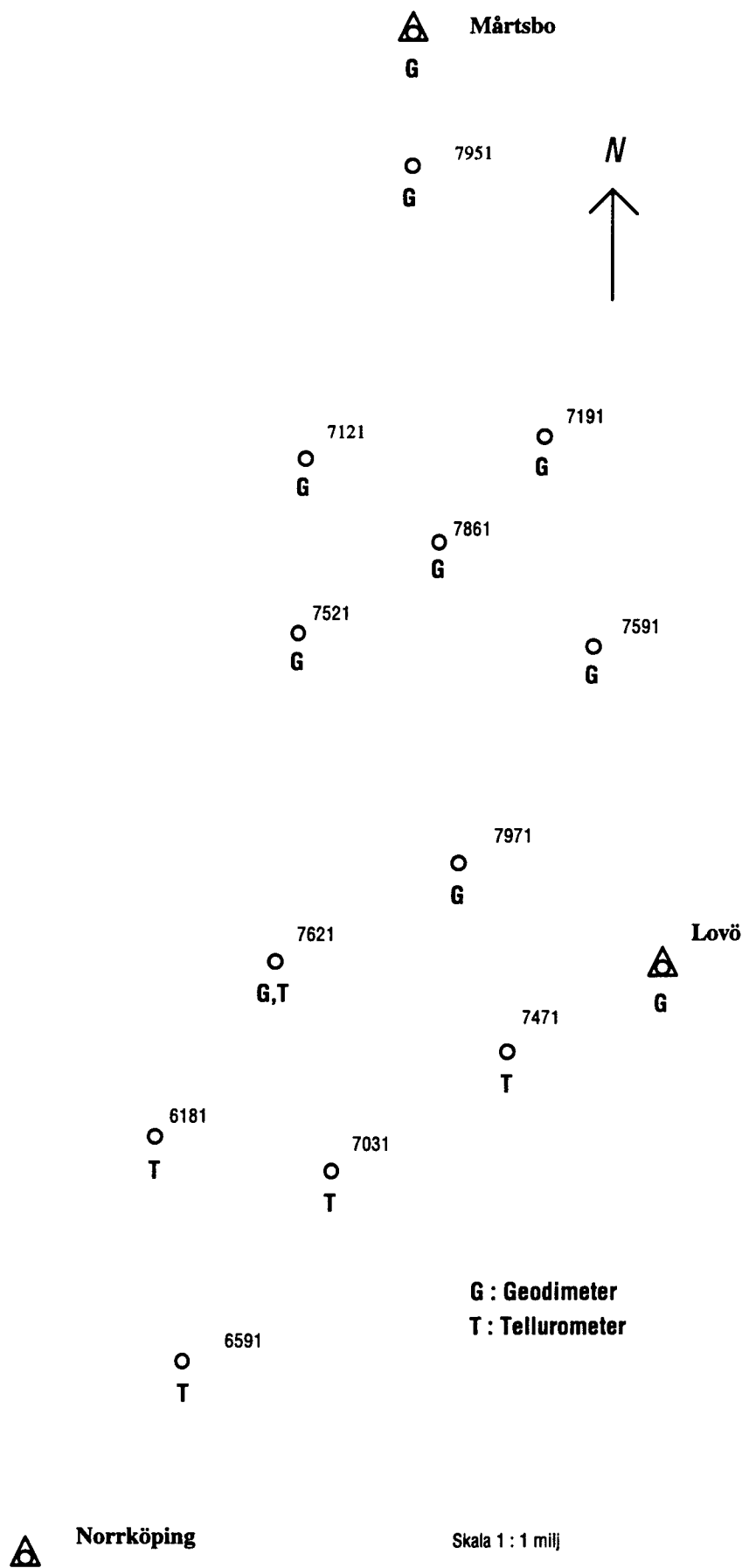
Vetskapen om instrumentbytet och restfelsvektorernas brytlinje i planet leder till att två plana inpassningar utförts, en för de punkter där Tellurometer använts som längdmätare ( Södra delen av området ), en för de punkter där Geodimeter har använts ( Norra delen av området ). Inpassningsresultatet visar, precis som misstanken att det totala studieområdet är sammansatt av mindre områden med olika skalfaktorer mellan GPS-data och RT90-koordinater, se *Tabell 8.6*. Grundmedelfelet och maxresidualer har sjunkit jämfört med inpassningen på hela området. Delområdena är mer homogena för sig, än då de tvingas representera ett gemensamt område, dock handlar det om förhållandevis små skillnader. I norra området, mätt med Geodimeter, ges en skalfaktor på 1.0 ppm och för södra, mätt med Tellurometer, -0.2 ppm. Delområdena har olika skala, vilket troligen innebär att konstanten som avsetts modellera skillnaden mellan de båda längdmätarna inte har haft avsedd effekt i området. (Skalan i ett triangelnät bestäms i hög grad av längdmätningarna.)

Plan Helmert-Inpassning	Antal passpunkter	Grund-medelfel [m]	Max residual [m]	Skala [ppm]	Anm
GPS → RT90	8	0.019	0.038	0.98 ± 0.16	Norra delen
GPS → RT90	6	0.018	0.029	-0.17 ± 0.22	Södra delen

*Tabell 8.6. Inpassningar inom olika geografiska delområden där olika längdmätningssinstrument använts. Enhet [m]*



Figur 8.6. Restfellsvektorer, 15 punkters inpassning.



Figur 8.7. Figuren visar vilket längdmätningssinstrument som använts var.

## 8.5 Punkten 107971

Punkt 107971 är belägen vid Torsvi 23 km SO Enköping. Markeringen är belägen några hundra meter från Mälarens strand. Den ligger förhållandevis isolerat och har därför säkert använts sparsamt efter inmätningen. I punkten 107971 har det uppkommit någon form av fel. Den passar inte in den utvalda populationen av punkter. I alla jämförelsestudier GPSdata - riksnätsdata har den avvikade värden, såväl i plan som höjd. I plan så avviker den ~ 8 cm, i höjd avviker den ungefär en halv meter.

I beräkningen av GPS-datan syns inget som kan tolkas som indikation på fel. Baslinjeberäkningen ger för baslinjer till referensstationerna RMS mellan 1.8 - 2.4 cm. I nätutjämnningen uppträder förbättringar på 1 - 2 cm i rymden. Dessa värden är långtifrån avvikande från övriga punkters. Punkten är emellertid endast upphängd mot de fasta referensstationerna, den har inga närsamband till övriga rikspunkter. Anledningen till detta är att dess "närsambandskollega", punkt 117131, föll ur p.g.a. dåligt val av observationsplats för antennen. Inget i GPS-datan tyder på något fel, men resultatet är något osäkert beroende på få mätningar. Centreringsmisstag kan ju förekomma men detta förklarar inte felet i höjd. En kombination av centreringsfel och antennhöjdsfel skulle möjligen kunna förklara hela felet.

I RR 92-datan är höjdanslutningen till RH 70 dålig beroende på låg precision i den använda inmätningstekniken. Dessutom ligger punkten nära den gräns där instrumentbytet mellan Tellurometer - Geodimeter gjordes.

Författaren föreslår att punkten kontrolleras. Förslagsvis genom ytterligare GPS-mätning mot de tre referensstationerna samt en närliggande riksnätspunkt.

## 9. KOLLOKATION

Latin : collocare - kombinera, passa ihop.

Med kollokation kan en modells parameterskattning utföras genom att optimalt filtrera bort brus, samtidigt som metoden ger möjlighet att uppskatta en signal  $S$  som beskriver den stokastiska karaktären i den studerade processen, se Torge (1991) eller Persson (1979). Observationsekvationen för kollokation är

$$\mathbf{L} = \mathbf{Ax} + \mathbf{S} + \mathbf{n}. \quad (9.1)$$

$\mathbf{L}$  är vektorn med observationer. Observationvektorn beskrivs av en systematisk del  $\mathbf{Ax}$ , en stokastisk del  $\mathbf{S}$  och en brusvektor  $\mathbf{n}$ . Observera likheten med elementutjämnning, de skiljer sig åt endast med den stokastiska signalvektorn  $\mathbf{S}$ . Metoden kräver att  $\mathbf{S}$  och  $\mathbf{n}$  är oberoende samt att båda har väntevärde noll,

$$E(\mathbf{S}) = E(\mathbf{n}) = 0. \quad (9.2)$$

De båda vektorernas gemensamma stokastiska "beteende" beskrivs med en gemensam kovariansmatris  $\mathbf{C}$ .  $\mathbf{C}$  kallas autokovariansmatris. Eftersom  $\mathbf{S}$  och  $\mathbf{n}$  är oberoende så kan kovariansmatrisen  $\mathbf{C}$  delas upp i två matriser

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_S + \mathbf{C}_n \quad (9.3)$$

där  $C_S$  är kovariansmatrisen för signalen  $S$  och  $C_n$  är kovariansmatrisen för bruset  $n$ .

Minsta kvadrat lösningen för parametervektorn  $x$  är

$$\hat{x} = [A^T C^{-1} A]^{-1} A^T C^{-1} L. \quad (9.4)$$

$A$  är som vanligt en designmatris som beskriver de linjära relationerna mellan observationer och parametrar. Predikeringen av signalen  $S$  kan utföras för godtycklig punkt  $P$  enligt

$$\hat{S}_P = C_P^T C^{-1} (L - A \hat{x}) \quad (9.5)$$

där  $C_P^T$  är korskovariansvektor mellan punkten  $P$  och de diskreta punkter som definierar  $C$  och  $A$ . Predikeringen av signalen i godtycklig punkt utförs alltså på grundval av observationer i diskreta punkter. Ide´n med metoden är att försöka ta tillvara de restfel som finns kvar efter en parameterskattning av  $x$  ur modellen  $L = Ax$ . Har parametrarna redan bestämts så reduceras problemet till att enbart gälla skattningen av signalen

$$\hat{S}_P = C_P^T C^{-1} \hat{V} \quad (9.6)$$

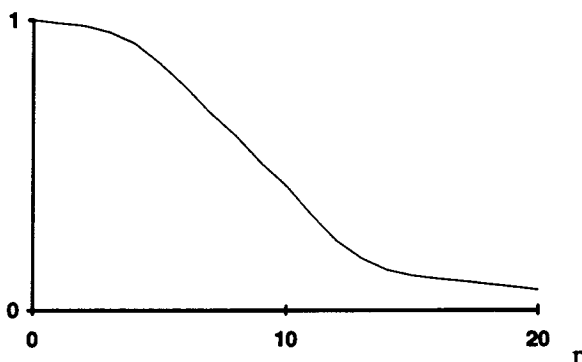
Dvs  $(L - A \hat{x})$  har bytts ut mot  $V$ . Det som krävs utöver en vanlig utjämning är autokovariansmatrisen  $C$  och korskovariansvektorn  $C_P^T$ .

Autokovariansmatrisen  $C$  består alltså av  $C_S$  och  $C_n$ . Brusets kovariansmatris  $C_n$  kan uppskattas ur aprioriuppskattningar av varianser och kovarianser för bruset.  $C_n$  brukar antas vara diagonal:  $C_n = \sigma^2 I$ , dvs bruset anses som okorrelerat. Det stora problemet med kollokation är att finna kovariansmatrisen  $C_S$ .

Ett vanligt antagande i kollokation är att alla elementen i  $C_S$  och  $C_P^T$  beskrivs gemensamt av en enda funktion. Om processen som studeras är oberoende av position (homogent) och oberoende av riktning (isotrop) så kommer funktionen som beskriver elementen i  $C_S$  och  $C_P^T$  att bero endast på avståndet  $r$  mellan de diskreta punkterna som definierar processen. Funktionen kan exempelvis vara

$$C(r) = \frac{a}{1 + (\frac{r}{b})^c} \quad (9.7)$$

där  $a$ ,  $b$ ,  $c$  är valbara konstanter och  $r$  är avståndet. Ett exempel på en normerad kovariansfunktions grafiska utseende visas i *Figur 9.1*. Kovariansen är hög på korta avstånd men avtager med avståndet.



Figur 9.1. Normerad kovariansfunktion.

Man skulle kunna antaga att restfelen från en Helmertinpassning i plan besitter en samvariation som avtager med avståndet, samt att restfelens inbördes beroende, punkter emellan, är oberoende av position och riktning. Antagandet grundas på att närliggande punkter bygger på samma mätdata. Se t.ex. *Figur 8.6* eller fig 2.3.f i *Geodesi 90*. Närliggande punkters observationsdata är korrelerade och punkterna har därför någon form av samvariation. Med dessa antaganden skulle kollokation kunna vara ett möjligt interpolationsmedel av restfelen från inpassningar. Transformationen mellan två koordinatsystem blir då sammansatt av en deterministisk del, Helmertinpassnings parametrar, och en signal  $S$  som beskriver stokastiska egenskaper i koordinattransformationen. Detta skulle kunna återge sambandet mellan de båda koordinatsystemen med högre träffsäkerhet än då bara Helmertparametrarna används.

## 9.1 Skattning av kovariansfunktionen

I projektet har ett test utförts i syfte att se om Helmertrformationen i plan kan förbättras med kollokation på restfelen. Det som studerats är de plana restfelens kovarians beroende på deras inbördes avstånd i syfte att söka finna en användbar kovariansfunktion för kollokation. 14 punkters restfel har tagits med i studien, ej punkt 107971.

Skattningen av kovariansfunktionen har utförts med hjälp av programmet COV vilket beräknar kovarianser. COV är utvecklat vid Lantmäteriverket. Programmet arbetar så att det läser in restfelen i plan  $v_x, v_y$  samt de koordinater som representerar punkterna. Avstånden mellan samtliga punktpar beräknas. Därefter väljer användaren ett längdintervall vilket programmet klassar avstånden med. För varje längdintervall beräknar programmet ut kovariansen mellan  $x$ -koordinaterna,  $y$ -koordinaterna och mellan  $x$ - och  $y$ -koordinaterna. De diskreta kovarianserna mellan  $v_y$  inom varje intervall beräknas med

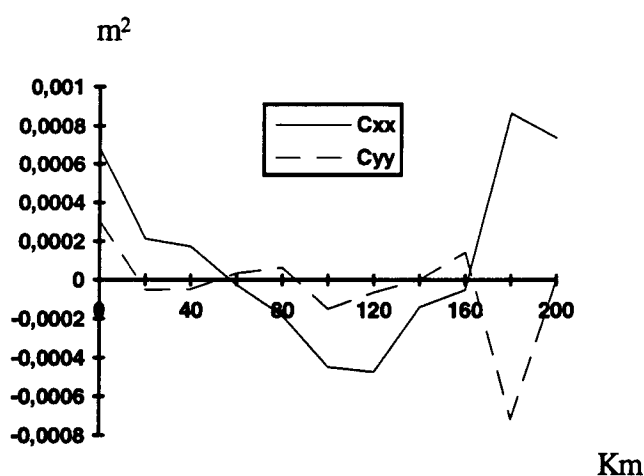
$$C(r)_{yy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n (v_{y_i} - v_{ym})(v_{y_j} - v_{ym}) \quad (9.8)$$

där  $n$  är antal  $v_y$  i intervallet,  $v_{y_i}$  är förbättringen  $i$  och  $v_{ym}$  är medelvärdet. Kovariansen i  $v_x$  och  $v_x, v_y$  beräknas analogt.

Ur beräkningen erhålls en serie diskreta kovarianser indelade med hänsyn till avstånden. Ur denna serie ges möjlighet att uppskatta kovariansfunktionen  $C(r)$ . Skattningen av kovarianser med COV kommer att delvis ge kovarianser som inte är oberoende av riktning och position. För att funktionen ska kunna bygga upp en rationell signalprediktion måste dess utseende

bygga dels på skattningar av kovarianser, dels på kännedom av studiematerialets statistiska egenskaper. Punkterna i RT90 är bestämda med mätdata som är utjämnad samtidigt, därav finns en egenskap som är gemensam för hela nätet. Regionalt så har RT 90 mätts med homogen observationsteknik, vilket kan leda till regional samvariation. Lokalt så bygger punkternas koordinater på samma mätdata vilket kan resultera i en lokal statistisk egenskap. Man måste ha dessa sakuppgifter i åtanke när man tolkar kovarianserna.

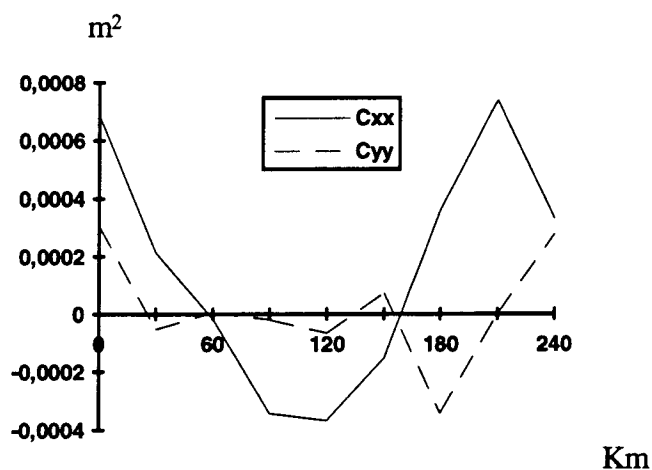
Resultaten från körningen av COV visas i *Figur 9.2* och *Figur 9.3*. Båda figurerna beskriver samma sak, kovarianserna mellan restfelen i x respektive y och dess beroende av avståndet mellan punkterna. Kurvorna har skapats genom att linjärt binda ihop diskreta värden på kovarianserna. I *Figur 9.2* har avstånden klassats med 20 kilometers intervall och i *Figur 9.3* har avstånden klassats med 30 kilometers intervall. Den kortaste baslinjen i studiematerialet är ca 20 km, därav kan inte kovarianser på kortare avstånd studeras. Figurerna visar att det finns positiv samvariation mellan punkternas restfel i x-koordinaten, samvariationen sträcker sig maximalt till 60 km. I y-koordinaten kan ingen motsvarande samvariation urskiljas, kurvan för  $C_{yy}$  dyker vid första värde under noll. Det är främst positiv samvariation utgående från avståndet noll som är intressant, denna har en förklarbar bakgrund: närliggande punkters samvariation på grund av gemensam mätdata. Då kovariansen blir negativ är det mindre säkert att kravet på homogen och isotrop operator kan garanteras.



*Figur 9.2. Diskreta kovariansers beroende på avståndet, avstånden klassade med 20 km intervall.*

Det finns systematik i residualerna från den plana inpassningen eftersom området som studerats består av delområden med olika skala, se under rubrik 8.4. Med denna typ av systematik kommer den lokala samvariationen att störas. Närliggande punkter tillhörande olika skalområden har inte samma lokala samvariation som närliggande punkter inom ett område med homogen skala, vilket totalt leder till lägre kovarians på kortare avstånd.





Figur 9.3. Diskreta kovariansers beroende på avståndet, avstånden klassade med 30 km intervall.

## 10. JÄMFÖRELSE RIKSTÄCKANDE-REGIONAL TRANSFORMATIONSFORMEL

Då GPS-genererade koordinater transformerats med parametrar definierade ur en inpassning av GPS-data på RR 92, erhålls transformerade GPS-genererade koordinater uttryckta i system RR 92. Genom att jämföra kända koordinater i RR 92 med transformerade RR 92, så ges ett direkt mått på hur väl transformationen lyckas modellera sambandet mellan de båda koordinatsystemen. Syftet är att se hur väl olika transformationer, definierade i olika inpassningar, lyckas med den uppgiften. Inpassningarna har en rikstäckande eller en regional definition.

Fyra transformationer jämförs, se *Tabell 10.1*. Två är rikstäckande och två är regionala. En rikstäckande är baserad på inpassning av de svenska DOSE 93A-stationerna, varav de flesta är fasta referensstationer SWEPOS. Den andra är det nu gällande<sup>11</sup> transformations sambandet för datumbyte av GPS-positioner till RT 90, SCANDOC-formeln. SCANDOC-formeln har definierats av parametrarna ur en inpassning på nio punkter (Hedling & Reit, 1989). Dessa punkter har mätts in i WGS 84 under två skandinaviska dopplerkampanjer (Sundsby, 1989). Dopplermätning har en betydligt högre osäkerhet än bärvågsmätning med GPS. De två regionala transformationerna MLN och REG är endast giltiga inom triangeln Mårtsbo, Lovö, Norrköping och kan sägas tillhöra ett "underrum" av den rikstäckande transformationen. MLN är en transformation definierad ur en inpassning på referensstationerna. REG är mycket lik MLN och är också regional, men har förstärkts med punkten 7521 vilken ligger i mitten av studieområdet. REG har skapats för att simulera ett regionalt transformations samband styrkt med en SWEREF-punkt.

<sup>11</sup> 1994 02 01.

Transformation	Täckningsområde	Källa
Rikstäckande (RIKS)	Hela Sverige	DOSE93A
SCANDOC	Hela Sverige	dopplerkampanjerna 87/88
MLN	Triangeln MLN	egna mätningar
REG	Triangeln MLN	egna mätningar

Tabell 10.1. Jämförda transformationer.

De inpassningar på vilka transformationerna bygger redovisas i *Tabell 10.2*. De tre inpassningarna MLN, REG och "rikstäckande" har utförts inom projektet, SCANDOC är sedan tidigare definierad. Huvuddelen av restfelen ligger i höjdkomponenten, speciellt tydligt i SCANDOC och den Rikstäckande inpassningen. SCANDOC-formeln har dock mycket större fel än de övriga inpassningarna.

Inpassning	Antal passpunkter	Grundmedelfel	max residual	skala [ppm]
Rikstäckande	22	0.109	0.392	1.00 ±0.06
SCANDOC	9	2.440	ca 8 m	---
MLN	3	0.038	0.041	0.58 ±0.20
REG	4	0.042	0.063	0.56 ±0.24

Tabell 10.2. De tredimensionella inpassningar som definierar transformationerna.

För att kunna jämföra transformationer rättvist så måste transformation och koordinatset vara i samma system. Koordinatanvändning i allmänhet kräver att samma referenssystem används konsekvent. Datan från GPS-mätningen ligger i datumet EUREF 89 epok 1989.0. Den rikstäckande transformationsformeln baserad på DOSE 93A beskriver sambandet mellan ITRF 91 epok 1993.6 och RR 92, se rubrik 7.1. Den rikstäckande inpassningens "från-koordinater" har epok 1993.6 men de koordinater som skall transformeras har epok 1989.0. För att kompensera för epokskillnaderna har GPS-datan translaterats med medeldifferensen mellan DOSE 93A och EUREF 89 i *Tabell 7.1*. För SCANDOC-formeln har ingen sådan datumkorrektur utförts.

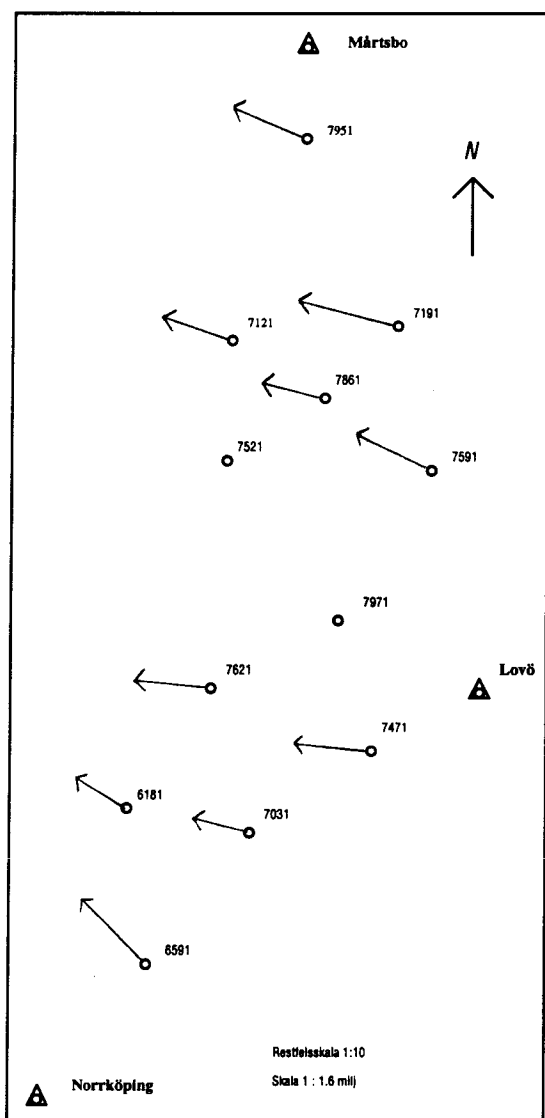
Vid användning av de regionala transformationssambanden föreligger inte ovanstående problem eftersom både koordinatdata och transformationsunderlagen ligger i datum EUREF 89 1989.0.

Jämförelsen mellan de olika transformationerna delas upp i plan och höjd. Alla transformationer är tredimensionella, ingen ytterligare inpassning i plan respektive i höjd har gjorts.

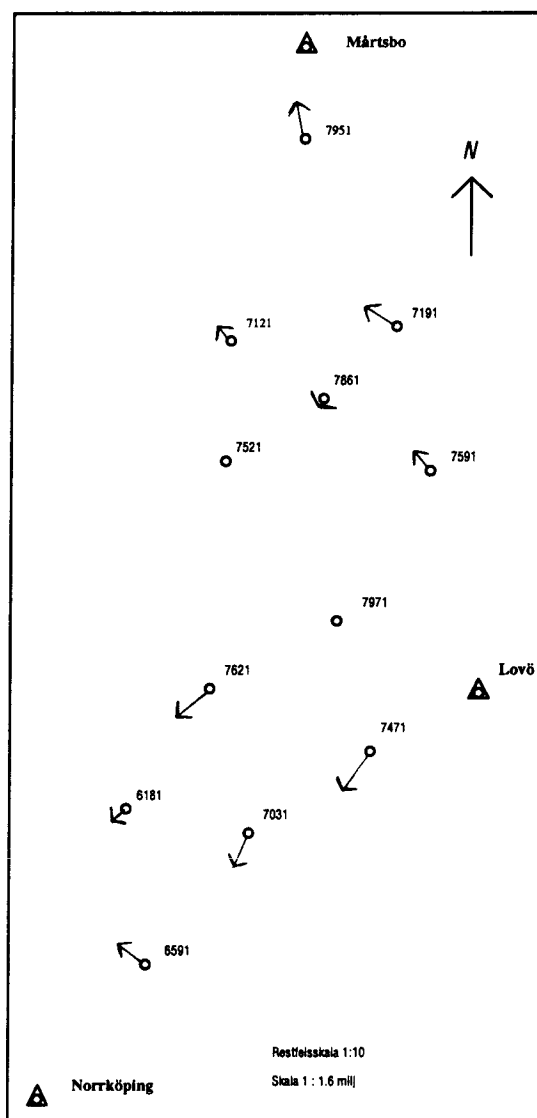
## 10.1 Transformationer i planet

De transformerade koordinaterna som ursprungligen är tredimensionella, har här överräknats till RT 90 enligt beräkningsgången i *Figur 8.3*. Studien i plan grundar sig på koordinatjämförelse av tio punkter inom triangeln MLN. De studerade punkterna är samtliga i projektet GPS-observerade riksnätspunkter utom 7971 och 7521.

Resultatet från koordinatjämförelsen visas i *Tabell 10.3*. Resultatet från den rikstäckande jämförelsen visar att man kan erhålla ett nationellt sjuparametersamband med en noggrannhet på decimeternivå i plan. De regionalt baserade transformationssambanden ger något bättre resultat, de lyckas prediktera de plana koordinaterna med ca fem centimeters noggrannhet. Ingen skillnad kan observeras mellan de båda regionala transformationssambanden.



*Figur 10.1. Restfel i plan för rikstäckande-transformationsformel.*



*Figur 10.2. Restfel i plan för regional transformationsformel MLN.*

Transformations-samband	Antal jämförda punkter	RMS [m]	max residual
RIKS → RT90	10	0.099	0.132
SCAND → RT90	10	0.437	0.516
MLN → RT90	10	0.039	0.057
REG → RT90	10	0.039	0.053

Tabell 10.3. Koordinatdifferens i plan, RT 90 minus transformerade GPS-koordinater efter 3D-transformation. Enhet [m].

Om inte epokskillnaderna mellan GPS-data och den rikstäckande transformen ha tagits om hand så skulle den rikstäckande transformationen ha erhållit ett RMS på 0.118 meter och ett maximalt restfel på 0.159 meter.

De enskilda restfelsvektorerna i plan för den rikstäckande och MLN-transformationen visas i *Figurerna 10.1* respektive *10.2*. I den rikstäckande transformationens restfel finns systematik som kan tas om hand med någon form av interpolationsteknik. Restfelen från den regionala transformationen MLN har redan diskuterats under rubrik 8.4 Restfel i plan.

## 10.2 Transformationer i höjd

Här jämförs känd ellipsoidhöjd RR 92 med transformerad ellipsoidhöjd RR 92. Sex punkter jämförs, endast de i projektet studerade riksnätspunkter med acceptabel höjd i RH 70, se *Figur 8.1*.

Resultatet från ellipsoidhöjdjämförelsen redovisas i *Tabell 10.4*. Skillnaden mellan regional och rikstäckande är inte lika markant som vid plan jämförelse. Med den regionala transformationsformeln REG har dock geoidens trend modellerats något bättre. Huvuddelen av felen i ellipsoidhöjd beror troligtvis på osäkerhet i geoidmodellen RN 92. I SCANDOC-formeln har geoiden inte modellerats vilket ger stora fel i höjd. SCANDOC-restfelen är mer varierande, restfelen har ett mer slumpmässigt utseende än från övriga transformations-samband.

Transformation	Antal punkter	RMS [m]	max residual	Anm
RIKS → RH70, RN92	6	0.109	-0.183	
SCAND → RH70, RN92	6	0.673	1.009	
MLN → RH70, RN92	6	0.080	-0.129	
REG → RH70, RN92	5	0.066	-0.110	ej punkt 7521

Tabell 10.4. Koordinatdifferens i höjd, (RH 70, RN 92 minus ellipsoidhöjd-GPS) efter 3D-transformation. Enhet [m].

## 11. DISKUSSION & SLUTSATSER

### 11.1 GPS-data

Ett noggrant regionalt geodetiskt kontrollnät uppbyggt av GPS-observationer på riksnätspunkter har framställts. Noggrannheten verifieras av resultaten från baslinjeberäkningen, nätutjämnningen samt jämförelsen med DOSE 93A. Den relativa överensstämmelsen mellan GPS-nätets utjämnade koordinater på referensstationerna och motsvarande i DOSE 93A är mycket hög, skillnaden är mindre än 0.1 ppm. Den absoluta skillnaden kan modelleras väl med translation i tre dimensioner. Vid en jämförelse av "apriorimedelfelen" till nätutjämnningen skattade ur dubbelmätningar av baslinjer med motsvarande ur en annan GPS-mätning, kampanjen SWET 92 (Jivall & Ottoson, 1993), står sig GPS-nätet mycket bra. Dubbelmätningar har i båda projekten jämförts med hjälp av programmet Double2. De jämförda apriorimedelfelen redovisas i *Tabell 11.1*. Det har dock visat sig att apriorimedelfelen för GPS-nätet inte är väntevärdesriktiga i höjd, se avsnitt 5.2.3.

Mätning	plan [mm]	höjd [mm]
SWET 92	20	35
GPS-nätet	6	41

*Tabell 11.1. Jämförelse av apriorimedelfel från SWET 92 och GPS-datan.*

Den höga noggrannheten i GPS-nätet har uppnåtts genom lång observationstid (~3 timmar) samt eliminering eller reducering av de felkällor som tillhör GPS-mätningens natur. Felkällorna och använda medel redovisas i *Tabell 11.2*. Alla felkällor utom troposfärens inverkan har modellerats eller eliminerats i sådan grad att felkällornas inverkan blir försumbara i de aktuella baslinjelängderna.

Felkälla	Medel
Satellitens banfel	Efterberäknade bandata
Satellitens klockfel	Enkeldifferenser
Jonosfärens refraktion	Tvåfrekvensmätning med linjärkombination
Troposfärens refraktion	Troposfärmodell med standardvärden
Mottagarens klockfel	dubbeldifferenser

*Tabell 11.2. Felkällor vid GPS-mätning och dessas eliminering och modellering.*

Ett fel i bandata enligt 5.1.2 på en meter kommer enligt formel 5.1 att fortplantas till ett fel på mindre än en centimeter i den längsta baslinjen. Troposfären har modellerats med standardvärden, inga atmosfärsobservationer har utförts. För att egna meteorologidata skall kunna användas med framgång krävs extremt noggranna och omsorgsfulla observationer, (Jivall, 1991). Väder är ett mycket komplext fenomen som ännu inte har en tillräckligt bra modell för denna typ av tekniska tillämpningar. Noggrannheten i höjd har till följd av den

bristfälliga modelleringen generellt blivit lägre än i plan. Konfigurationen av nätet är mycket annorlunda än ett traditionellt homogent GPS-nät. Genom den omfattande felreduktionen har baslinjerna i princip gjorts skaloberoende, därav kommer inte konfigurationen att ha lika stor betydelse.

Fri sikt mot satelliterna har stor betydelse för att nå högsta noggrannhet. Enligt bilaga I och *Tabell 5.1* ger beräkningen av baslinjer mellan fasta referensstationer RMS på 1-2 cm. Observationsmiljön vid de fasta referensstationerna är relativt fri från störningar, sikten mot himmelssfären är god. För baslinjer mellan stationer på riksnätspunkter i projektet erhålls RMS på 2-3.3 cm. Baslinjer mellan riksnätspunkter är mycket kortare än baslinjer mellan referensstationer. Samma typ av mottagare används på riksnätspunkter och referensstationer. Skillnaden i RMS beror på att observationsmiljön varit sämre på riksnätspunkter, sikten mot satelliterna har delvis varit skynd.

Banddata från IGS i referenssystemet ITRF 91 var tillgänglig redan en vecka efter mätning. Användandet av efterberäknade banddata är inte något komplicerat, inget större merarbete krävs. Den nuvarade väntetiden på en vecka kan minska i framtiden. IGS-banddata borde kunna användas för produktionsmässig mätning. Kanske kan viss stommätning i plan utgående ifrån fasta referensstationer utföras med tvåfrekvensmottagare och efterberäknade banddata, mätning där ej högsta krav på lokal anslutning föreligger. Troligen behövs inte observationstider av den storlek som har används i detta projekt.

Efterberäknade banddata från IGS's spårstationer och jonosfärsfri linjärkombination är två kraftfulla medel för att höja noggrannheten i långa baslinjer, speciellt i plan. Baslinjer blir, regionalt i alla fall, i plan skaloberoende. Därav är det möjligt att framgångsrikt blanda mycket olika långa baslinjer i regionala GPS-nät. Punktmedelfel i plan på 1-2 centimeter radiellt har uppnåtts. Höjdbestämning med hjälp av långa baslinjer ger ett högre medelfel på grund av bristfällig troposfärmodell.

## 11.2 Analys av RT 90 och RR 92

Resultaten från regionala skalstudier och inpassningar visar att RT 90 regionalt är bra, mycket bättre än väntat. Ett grundmedelfel på 2.4 cm radiellt i plan med en maximal radiell residual på 5.6 cm (*Tabell 8.5* 14-punkter) får anses som bra för ett så stort område som studeras, x-koordinaten spänner upp 22 mil och y-koordinaten 9 mil. Den sammanlagda ytan för studieområdet är 7750 km<sup>2</sup>.

Den regionala medelskalskillnaden mellan GPS-mätningen och RT 90 är 0.7 ppm, skalspridningen är dock stor. En skalinhomogenitet har indikerats. Studieområdet MLN kan delas in i två delområden med olika skalor. Skillnaden är ~ 1 ppm. Skillnaden beror troligen på att olika längdmätninginstrument har används, se under rubrik 8.4. Skalskillnaden mellan instrumenten är känd. I beräkningen av RT 90 har en konstant använts för att korrigera skillnaden. Av allt att döma har konstanten inte lyckats modellera skalskillnaden mellan instrumenten.

Trots skalinhomogeniteten har det plana koordinatsystemet RT 90 en acceptabel regional homogenitet, brusnivån är omkring fem centimeter, *Tabell 8.5* 14 punkters inpassning.

En punkt, 107971, avviker betydligt från övriga. Inpassningarna ger cirka 8 cm restfel i plan och i höjd cirka en halv meter. Orsaken är okänd, inget i GPS-beräkningen indikerar på fel, se

rubrik 8.5. Författaren föreslår att punkten kontrolleras genom nya GPS-mätningar för att slutgiltigt undersöka om felaktigheterna ligger i RR 92 koordinaterna.

Kovariansstudien under rubrik 9.1, indikerar en positiv korrelation mellan riksnätspunkter med inbördes avstånd mindre än 60 kilometer. Detta gäller i x-led, i y-led kan ingen positiv lokal samvariation urskiljas. Då den positiva lokala samvariationen kan förklaras, är det främst den som är intressant. På grund av skalinhomogeniteten kan den verkliga korrelationen vara större och nå längre. Slutsatsen blir att det finns indikationer på användbar kovarians för kollokation men den är svag, möjligen beror svagheten på skalinhomogenitet. Troligen finns en starkare samvariation mer lokalt eftersom närliggande punkter bygger på gemensamma observationsdata.

Under antagande att höjderna i de punkter med god höjdbestämmning verkligen är bra (Figur 8.1), visar 9-punktens jämförelsen i Tabell 8.3 att den största delen av felet i höjd ligger i geoidhöjdmodellen. Den separata höjdstudien under rubrik 8.3.2 verifierar då tidigare resultat (Jivall & Ottoson 1993) om ett relativt brus i geoidmodellen RN 92 på 5 - 10 cm.

Resultaten från den tredimensionella studien i rubrik 8.3.1 indikerar att RR 92 är ett homogent system då en brusnivå av storleken 5 - 10 cm accepteras, felet ligger främst i geoidmodellen.

### 11.3 Transformationer

Ett kommande tredimensionellt transformationssamband SWEREF 93 → RR 92 täckande hela landet kommer att ha en betydligt högre överensstämmelse än det nuvarande sambandet SCANDOC. Orsaken är att referenssystemen är mer väldefinierade samt att moderna GPS-data har använts. I studieområdet MLN ligger felet för en rikstäckande transformationsformel på cirka en decimeter i plan och något mer i vertikalled. En regional tredimensionell transformationsformel baserad på inpassning av tre fasta referensstationer kan ge ett transformationssamband med 4 - 6 centimeters medelfel i plan och cirka en decimeter i höjd. Förstärks den regionala transformationen med en ytterligare inpassningspunkt erhålls ingen signifikant förbättring av det regionala transformationssambandet. Detta tyder på att ingen regional transformationsförbättring erhålls med en framtida SWEREF-punkt i området för studien. En transformationsformel, definierad på 14 punkter fördelade jämt över ytan i området, kommer att ge en aning mindre fel. Någon större skillnad är det inte fråga om. Skall man komma längre med Helmertinpassning som transformationsmodell finns bara en väg: transformationer med mer lokal definition. De två plana inpassningar som redovisas i Tabell 8.6 är mer lokala och ger grundmedelfel på cirka 2 centimeter och en högsta radiell residual på 4 centimeter. En lokal plan transformation i samband med stommätning ger ofta ett grundmedelfel på 1-2 centimeter (HMK- Ge GPS, tabell 6.2).

I följande resonemang betraktas GPSdata som felfria.

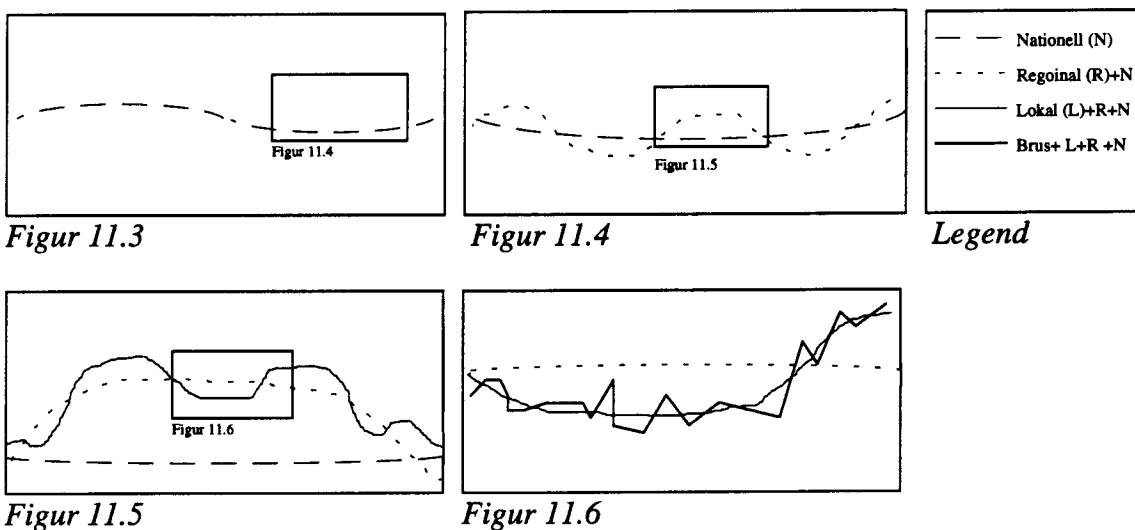
Helmerttransformation är en bra modell om mätdata i båda systemen är homogena. Om man avser att enbart använda Helmerttransformation som modell för sambandet mellan två datum, exempelvis mellan GPS-nätet och RR 92, så kommer Helmerttransformation genom sin minstakvadraturnatur att endast modellera den gemensamma trenden i RR 92 för hela det geografiska området på vilket transformationen är definierad över. Helmerttransformation är helt enkelt linjärt medelvärdesbildande, den söker endast minimera kvadraten på avvikelserna från trenden över definitionsområdet. Söker man den nationella transformationen kommer endast den gemensamma trenden i RR 92 över hela nationen att modelleras, regionala trender i RR 92 kommer att utgöra brus. Försöker man bestämma den regionala transformationen

kommer mer lokala trender i RR 92 att uppfattas som brus osv. Någonstans påträffas den verkliga brusnivån.

Man kan tänka sig en konceptuell modell där det fullständiga RR 92 är uppbyggd av flera delkomponenter beroende på vilken geografisk skala betraktaren är inställd på. En hierarkistisk indelning i fyra delkomponenter formulerar modellen. Delkomponenterna i den fullständiga RR 92-modellen och deras orsaker kan bestå av

Komponent	Orsak
- Nationell	Gemensam beräkning
- Regional	Gemensam mätmetod och utrustning
- Lokal	Gemensamma mätdata
- Brus	Störningar i tillvaron vid mättillfället

Verkliga (förklarbara) trender kommer att uppfattas som brus av Helmertransformationer mellan komponenter högre upp i hierarkin. De olika skalkomponenternas relation redovisas i *Figurerna 11.3 - 6*. *Figur 11.3* visar trenden högst i hierarkin, den nationella. Går man ned ett steg i skala kan den regionala trenden urskiljas, *Figur 11.4*, den regionala skalan uppfattar den lokala variationen som brus. I den lokala skalan, *Figur 11.5*, kan de lokala variationerna urskiljas. *Figur 11.6* visar den fullständiga modellen av RR 92, brus plus alla trender.



Med ett interpolationsverktyg kan problemet närma sig en lösning. Kollokation är ett sådant verktyg. Med kollokation kan de trender som ej kan detekteras av Helmertransformationen uppfångas. En sådan "osynlig" trend kallas då signal. Kollokation bestämmer trend och signal samtidigt som optimal filtrering av bruset utförs, se rubrik 9. Som regel är emellertid kollokation svår att implementera då trend, signal och brusnivå varierar och är okänd. Det finns även andra metoder att angripa problemet med. En metod presenteras i Welsch (1993). Metoden utnyttjar både från- och tillsystemets varianser, vilket teoretisk är ett mer riktigt angreppssätt eftersom både från- och tillsystem är baserade på stokastisk mätdata. Tyvärr är metoden svår att praktiskt tillämpa då modellen är mer komplicerad och det är svårt att uppskatta noggrannheten i ett referenssystem. Tekniska problem blir mer komplexa ju närmare "sanningen" man söker sig.



## 11.4 Slutord

Enligt Jivall & Jonsson (1993) är det möjligt att med bärvågsmätning mot fasta referensstationer bestämma en punkts position med decimeternoggrannhet. Det sammanlagda resultatet av GPS-beräkningen, homogenitetsstudien och transformationsstudien verifierar detta. Statisk GPS-mätning på två frekvenser mot tre fasta referensstationer ger i området för studien ett totalt positionsfel av storleksordningen 5 centimeter radiellt i plan (RT 90) när en regionalt definierad transformationsformel appliceras. Om en nationellt definierad Helmerttransformation får bestämma sambandet mellan GPS-referenssystemet och riksnätet blir det totala felet större, ca. 1 decimeter radiellt i plan. Med ett interpolationsvektyg som tar hänsyn till restfelen från Helmerttransformationen skulle ett mindre totalt fel kunna erhållas.

## REFERENSER

- Ashtech, 1993 : Ashtech GPPS 5.0 manual. Ashtech Inc Sunnyvale. Kalifornien, USA.
- Beutler G, Bauersima I, Gurtner W, Rothacher M, Schildknecht T, 1987 : Atmospheric refraction and other important biases in GPS carrier phase observations. Astronomical Institute University of Berne, Schweiz.
- Beutler G, 1993 : The 1992 IGS Test Campaign, Epoch `92, and the IGS PILOT Service: An Overview. Proceedings of the 1993 IGS Workshop. Astronomical Institute University of Berne, Schweiz.
- Boucher C, Altamimi Z, 1989 : IERS technical note 1, The initial IERS Terrestrial Reference Frame. Observatoire de Paris, Frankrike.
- Dennis D, McCarthy, 1992 : IERS technical note 13, IERS Standards (1992). Observatoire de Paris, Frankrike.
- Ekman M, 1991 : Ellipsoider, geoider, höjdsystem och tyngdkraftssystem i Sverige. LMV-rapport 1991:1. Lantmäteriverket, Gävle.
- Ekman M, 1993 : Geoiden i Sverige och geoidhöjdsystemet RN 92. LMV-rapport 1993:1. Lantmäteriverket, Gävle.
- Eurenius B, Norin D, 1992 : GPS inom förrättningsmätning. LMV-rapport 1992:21. Lantmäteriverket, Gävle.
- GEODESI 90, 1989 : Rapport från utredningsarbetet om geodesin i Sverige. Lantmäteriverket, Gävle.
- Hedling G, Reit B-G, 1989 : Transformationssamband mellan WGS 84 och RT 90. Lantmäteriverket, Gävle.
- Hedling G, Jonsson B, 1992 : Lantmäteriverkets försök med fasta referensstationer. Lantmäteriverket, Gävle.
- Hedling G, Jivall A-C, Jonsson B, Andreasson J, 1992 : Some swedish GPS activities 1991. Geodetic control surveying. LMV-rapport 1992:14. Lantmäteriverket, Gävle.
- HMK-Ge GPS, 1993 : HMK geodesi GPS, Handbok till mätningkungörelsen. Lantmäteriverket, Gävle.
- Hofmann - Wellenhof B, Lichtenegger H, Collins J, 1992 : Global positioning system, theory and practice. Springer-Verlag, Wien-New York.
- Jivall A-C, 1991 : GPS-beräkning av stornät. LMV-rapport 1991:18. Lantmäteriverket, Gävle.
- Jivall A-C, Ottoson C, 1993 : Beräkning av den svenska delen av geoidprofilen SWET 92. Lantmäteriverket, Gävle.

- Jivall A-C, Jonsson B, 1993 : GPS i Sverige idag. Sammanfattning av session geodesi vid 1993 års kartdagar i Stockholm.
- Leick A, 1990 : GPS satellite surveying. Johns Wiley & sons New York, USA.
- Lantmäteriverket 1993 : Beslut om införande av nya geodetiska system, A § 100. Lantmäteriverket, Gävle.
- Lithén T, Engberg L, 1994 : The Establishment of an Improved referens network in Greater Stockholm by densification of the national network with GPS-technique. FIG International congress 1994. Melbourne, Australien.
- Persson C-G, 1979 : Interpolation between datapoints in a twodimensional grid. Institutionen för Geodesi, Kungliga tekniska högskolan, Stockholm.
- Pettersson L, 1985 : Geografisk geodesi. Lantmäteriverket, Gävle.
- Reit B-G, 1988 : Förbättrade koordinater på rikets triangelpunkter. Svensk lantmäteritidsskrift 1988:4.
- Reit B-G, 1990 : Riksnät och koordinattransformationer. Svensk lantmäteritidsskrift 1990:4.
- Reit B-G, 1992 : Beräkningen av RN92. Intern-PM. Lantmäteriverket, Gävle.
- Ringström U, Selen L-E, 1989 : Vågrörelselära, akustik, optik. Teknisk högskolelitteratur Sthlm AB, THS, Stockholm.
- Seeber G, 1993 : Satellite Geodesy. Walter de Gruyter Berlin - New York.
- Seeger H, 1993 : A modern geodetic approach to an all-European terrestrial reference system. Mapping awareness. Vol. 7 No. 8 October 1993.
- Sundsby J, 1989 : SCANDOC-87/88-The Scandinavian Doppler Observation Campaigns 1987 and 1988. 5th International geodetic symposium on satellite positioning. Las Cruces New Mexico, USA 1989.
- Torge W, 1991 : Geodesy, 2nd Edition. Walter de Gruyter Berlin-New York.
- Vanicek P, Beutler G, Kleusberg A, Langley R-B, Santerre B, Wells D-E, 1985 : Differential positioning program package for the Global Positioning System. Geodetic survey of Canada, Ottawa, Kanada.
- Welsch W.M. , 1993 : A general 7-parameter transformation for the combination, comparison and accuracy control of terrestrial and satellite network observations. Manuscripta geodetica 18:295-305 1993.



# BILAGA I

## Resultat baslinjeberäkning, 18 - 22 oktober 1993

FromToSESSION	LENGTH	RMS(m)	RATIO SOL	Borttagna satelliter
MART7121	A	67304.191	0.02442	100.00 Fixed
MART7951	A	22658.675	0.02340	100.00 Fixed
7951LOVO	A	122015.120	0.02379	100.00 Fixed
7951NORR	A	208433.799	0.02341	100.00 Fixed
NORR7121	A	163244.419	0.02347	100.00 Fixed
NORRLOVO	A	123383.466	0.01249	100.00 Fixed
LOVO7121	A	90052.361	0.02445	100.00 Fixed
MARTNORR	A	230539.117	0.01435	100.00 Fixed PRN 3
79517121	A	45418.454	0.03112	100.00 Fixed "
MARTLOVO	A	143655.503	0.01472	100.00 Fixed PRN 19
MART7191	B	65607.302	0.01916	100.00 Fixed
MARTLOVO	B	143655.501	0.01640	100.00 Fixed
MARTNORR	B	230539.113	0.01667	100.00 Fixed
LOVO7191	B	78113.480	0.01849	100.00 Fixed
LOVO7861	B	69110.938	0.02612	96.04 Fixed
LOVONORR	B	123383.464	0.01442	100.00 Fixed
NORR7191	B	176575.108	0.01831	100.00 Fixed
NORR7861	B	157126.331	0.02466	99.86 Fixed
71917861	B	20942.709	0.02465	100.00 Fixed
MART7861	B	78004.760	0.02653	99.16 Fixed PRN 13,28
MARTLOVO	D	143655.499	0.01659	100.00 Fixed
NORR7971	D	116910.709	0.02062	100.00 Fixed
NORRLOVO	D	123383.464	0.01619	100.00 Fixed
LOVO7971	D	33136.009	0.02187	99.52 Fixed
MARTNORR	D	230539.110	0.01584	100.00 Fixed PRN 3
MART7971	D	124020.734	0.01802	99.94 Fixed "
MART7521	C	92957.880	0.02049	100.00 Fixed
MART7591	C	95351.338	0.02174	99.95 Fixed
MARTLOVO	C	143655.506	0.01512	100.00 Fixed
MARTNORR	C	230539.114	0.01390	100.00 Fixed
NORR7521	C	137833.597	0.02024	99.99 Fixed
NORR7591	C	149809.100	0.01858	100.00 Fixed
NORRLOVO	C	123383.465	0.01253	100.00 Fixed
LOVO7521	C	70753.083	0.02170	99.89 Fixed
LOVO7591	C	48622.788	0.02019	99.99 Fixed
75917521	C	35920.791	0.02532	97.63 Fixed
MART7471	E	150816.554	0.01947	100.00 Fixed PRN 3
MART7621	E	139466.498	0.01940	100.00 Fixed "
MARTLOVO	E	143655.503	0.01501	100.00 Fixed "
MARTNORR	E	230539.115	0.01251	100.00 Fixed "
NORR7471	E	96142.260	0.01849	100.00 Fixed "
NORR7621	E	92695.199	0.01772	100.00 Fixed "
NORRLOVO	E	123383.468	0.01317	100.00 Fixed "
LOVO7471	E	29822.970	0.02120	100.00 Fixed "
LOVO7621	E	55024.162	0.01816	100.00 Fixed "
76217471	E	30174.577	0.02328	99.99 Fixed "
MART6591	F	197598.131	0.01869	100.00 Fixed
MART7031	F	168704.854	0.01370	100.00 Fixed
MARTLOVO	F	143655.501	0.01699	100.00 Fixed
70316591	F	33704.677	0.01985	100.00 Fixed
7031LOVO	F	55021.878	0.01336	100.00 Fixed
7031NORR	F	70338.683	0.01980	100.00 Fixed

# BILAGA I

## Resultat baslinjeberäkning, 18 - 22 oktober 1993

FromTo	SESSION	LENGTH	RMS(m)	RATIO	SOL	Borttagna satelliter
LOVO6591	F	87402.834	0.02287	100.00	Fixed	
LOVONORR	F	123383.464	0.02668	97.71	Fixed	
6591NORR	F	36634.514	0.01824	100.00	Fixed	
MARTNORR	F	230539.117	0.02185	78.63	Partial	PRN 13,22
MART6591	G	197598.123	0.01728	100.00	Fixed	
LOVO6591	G	87402.827	0.01849	98.43	Fixed	
6591NORR	G	36634.529	0.01612	97.21	Fixed	
LOVO6181	G	76631.833	0.03003	99.65	Fixed	PRN 19,25
65916181	G	32118.268	0.03220	99.41	Fixed	"
6181NORR	G	63024.955	0.03140	99.94	Fixed	PRN 25
MART6181	G	167570.426	0.03020	99.98	Fixed	"
MART7621	H	139466.486	0.02126	99.98	Fixed	
MART7861	H	78004.752	0.02369	100.00	Fixed	
MARTNORR	H	230539.111	0.01530	100.00	Fixed	
NORR7621	H	92695.205	0.02104	100.00	Fixed	
NORR7861	H	157126.336	0.02577	100.00	Fixed	
76217861	H	64438.641	0.02483	99.99	Fixed	
@						

## BILAGA II

### Avståndsdifferenser, skalstudie

STN - STN	ppm	dist RR 92	STN - STN	ppm	dist RR 92
MART-LOVO	0.956	143655.636	MART-NORR	0.581	230539.242
MART-7471	1.034	150816.707	MART-7951	-0.270	22658.668
MART-7591	0.587	95351.391	MART-7861	0.876	78004.823
MART-7191	0.470	65607.332	MART-7971	1.457	124020.917
MART-7521	1.229	92957.991	MART-7031	0.945	168705.011
MART-6591	0.605	197598.243	MART-6181	0.786	167570.558
MART-7621	1.000	139466.631	MART-7121	0.691	67304.233
LOVO-NORR	0.064	123383.471	LOVO-7471	1.198	29823.003
LOVO-7951	1.178	122015.261	LOVO-7591	1.650	48622.864
LOVO-7861	0.919	69111.005	LOVO-7191	1.323	78113.588
LOVO-7971	1.169	33136.046	LOVO-7521	0.553	70753.119
LOVO-7031	0.604	55021.908	LOVO-6591	0.311	87402.855
LOVO-6181	0.481	76631.874	LOVO-7621	1.043	55024.219
LOVO-7121	1.059	90052.456	NORR-7471	-0.249	96142.235
NORR-7951	0.659	208433.933	NORR-7591	0.443	149809.165
NORR-7861	0.416	157126.399	NORR-7191	0.431	176575.183
NORR-7971	-0.479	116910.654	NORR-7521	0.126	137833.614
NORR-7031	-0.372	70338.658	NORR-6591	-0.214	36634.512
NORR-6181	-0.005	63024.950	NORR-7621	-0.170	92695.186
NORR-7121	0.519	163244.499	7471-7951	1.262	128243.462
7471-7591	1.686	58293.316	7471-7861	1,165	72818.874
7471-7191	1.283	88197.120	7471-7971	-0.748	6800.853
7471-7521	0.599	64093.859	7471-7031	-0.007	26074.291
7471-6591	-0.221	59574.536	7471-6181	0.088	46933.306
7471-7621	1.074	30174.610	7471-7121	1.215	88558.710
7951-7591	0.854	73465.636	7951-7861	1.358	55429.499
7951-7191	0.750	44554.401	7951-7971	1.826	101443.463
7951-7521	1.680	70653.212	7951-7031	1.131	146068.626
7951-6591	0.712	175173.552	7951-6181	0.936	145420.787
7951-7621	1.241	116983.601	7951-7121	1.126	45418.505
7591-7861	-0.683	21993.574	7591-7191	0.595	30403.061
7591-7971	3.929	33137.966	7591-7521	0.336	35920.803
7591-7031	1.198	80840.761	7591-6591	0.589	113668.565
7591-6181	0.790	89868.002	7591-7621	1.442	59103.033
7591-7121	0.488	45014.254	7861-7191	-0.189	20942.701
7861-7971	2.330	46019.350	7861-7521	1.893	24345.817
7861-7031	1.002	91604.085	7861-6591	0.466	122314.084
7861-6181	0.733	94686.701	7861-7621	1.245	64438.725
7861-7121	1.569	23271.692	7191-7971	2.279	62050.778
7191-7521	0.873	45056.129	7191-7031	1.004	109354.698
7191-6591	0.520	141169.723	7191-6181	0.678	114678.837
7191-7621	1.095	84042.969	7191-7121	-0.182	34379.998
7971-7521	0.877	39655.448	7971-7031	-0.615	47714.065
7971-6591	-0.705	80615.458	7971-6181	-0.793	58652.163
7971-7621	-0.843	29320.086	7971-7121	1.861	62568.310
7521-7031	0.588	77091.978	7521-6591	0.033	104679.675
7521-6181	0.233	74812.080	7521-7621	0.492	46736.700
7521-7121	2.653	26090.538	7031-6591	-0.535	33704.654
7031-6181	0.798	26505.882	7031-7621	0.986	31369.956
7031-7121	1.108	103090.191	6591-6181	-0.544	32118.261
6591-7621	-0.377	58240.790	6591-7121	0.543	130620.842
6181-7621	-0.465	30872.458	6181-7121	0.836	100285.923
7621-7121	1.255	72816.474			





## BILAGA III

### Geografiska koordinater RR 92

ELLIPSOID Bessel 6377397.155 299.15281285

/

DEGR

STN	$\varphi$	$\lambda$	h
S*MART*137450	60 35 44.8116703	17 15 42.8591361	44.913
S*LOVO*108630	59 20 17.8551345	17 49 56.3707587	48.949
S*NORR*786958	58 35 26.3266046	16 14 58.3425023	9.888
S*0181*107471	59 14 33.0852213	17 20 36.9325817	64.096
S*0360*127951	60 23 33.4844960	17 14 31.1180321	52.845
S*T380*117591	59 45 12.3067332	17 33 59.6379264	28.812
S*0380*117861	59 53 44.7780077	17 17 41.4838503	62.760
S*0380*127191	60 01 34.8203485	17 33 52.5631139	82.363
S*0381*107971	59 28 58.3846195	17 19 20.4103307	36.049
S*0381*117521	59 46 40.6848284	16 55 44.8314346	102.815
S*0480*107031	59 05 12.8517344	17 00 10.8926292	61.703
S*0480*796591	58 510.0358820	16 38 18.3791800	58.329
S*T482*106181	59 084.9681922	16 32 59.1000657	77.611
S*0486*107621	59 21 34.6607690	16 51 57.4077448	56.265
S*1917*127121	60 00 43.0895487	16 56 55.3663981	80.009

/

SLUT



## BILAGA IV

### Plana koordinater RR 92

RT 90, RH 70, RN 92 , ellipsoidh\_jd

STN	X	Y	H	N	h
S*MART*137450	6720628.7090	1579635.3180	50.4750	-5.562	44.913
S*LOVO*108630	6581416.3450	1615163.8800	56.0160	-7.067	48.949
S*NORR*786958	6496476.7090	1525658.7420	12.7980	-2.910	9.888
S*0181*107471	6570007.5770	1587605.5300	70.1000	-6.004	64.096
S*0360*127951	6697976.3680	1579036.5910	58.4400	-5.595	52.845
S*T380*117591	6627217.7370	1598821.8410	35.2800	-6.468	28.812
S*0380*117861	6642699.0700	1583196.9740	68.7000	-5.940	62.760
S*0380*127191	6657610.2980	1597905.1470	88.8300	-6.467	82.363
S*0381*107971	6596748.7260	1585784.0060	42.4000	-6.351	36.049
S*0381*117521	6629174.4560	1562951.8410	108.2600	-5.445	102.815
S*0480*107031	6552277.7160	1568484.5930	66.7300	-5.027	61.703
S*0480*796591	6525576.6430	1547914.3970	62.3000	-3.971	58.329
S*T482*106181	6557226.1060	1542443.9590	81.9500	-4.339	77.611
S*0486*107621	6582520.4040	1560145.6700	61.6000	-5.335	56.265
S*1917*127121	6655257.7730	1563603.3340	85.2000	-5.191	80.009

/

SLUT

@



## BILAGA V

### Koordinater från GPS-data, 18 - 22 oktober 1993

DATUM/ELLIPSOID : EUREF 89 / GRS 80.

DEGR

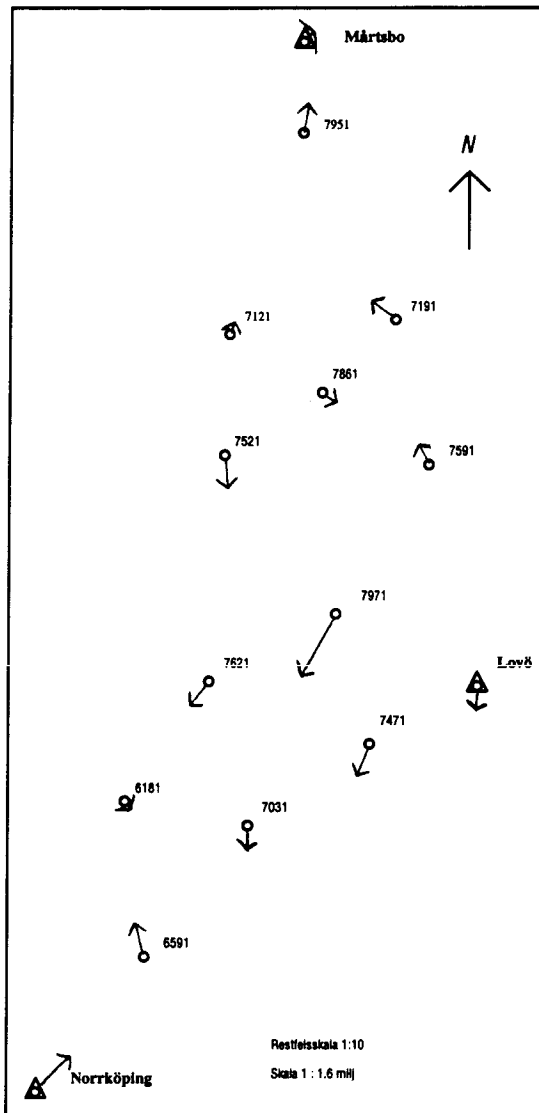
STN	$\varphi$	$\lambda$	h
S*MART*137450	60 35 42.45350	17 15 30.67824	75.367
S*LOVO*108630	59 20 16.08119	17 49 44.08459	79.637
S*NORR*786958	58 35 24.82498	16 14 46.96561	40.934
S*0181*107471	59 14 31.33509	17 20 24.91352	94.704
S*0360*127951	60 23 31.21561	17 14 18.97965	83.400
S*T380*117591	59 45 10.33589	17 33 47.42658	59.578
S*0380*117861	59 53 42.73397	17 17 29.39217	93.569
S*0380*127191	60 01 32.72786	17 33 40.31225	113.093
S*0381*107971	59 28 56.52808	17 19 08.36936	66.291
S*0381*117521	59 46 38.68093	16 55 32.94985	133.700
S*0480*107031	59 05 11.15791	16 59 59.06959	92.633
S*0480*796591	58 50 58.43225	16 38 6.77537	89.314
S*T482*106181	59 08 3.23611	16 32 47.50343	108.668
S*0486*107621	59 21 32.84057	16 51 45.61936	87.266
S*1917*127121	60 00 40.98035	16 56 43.44088	110.891

/

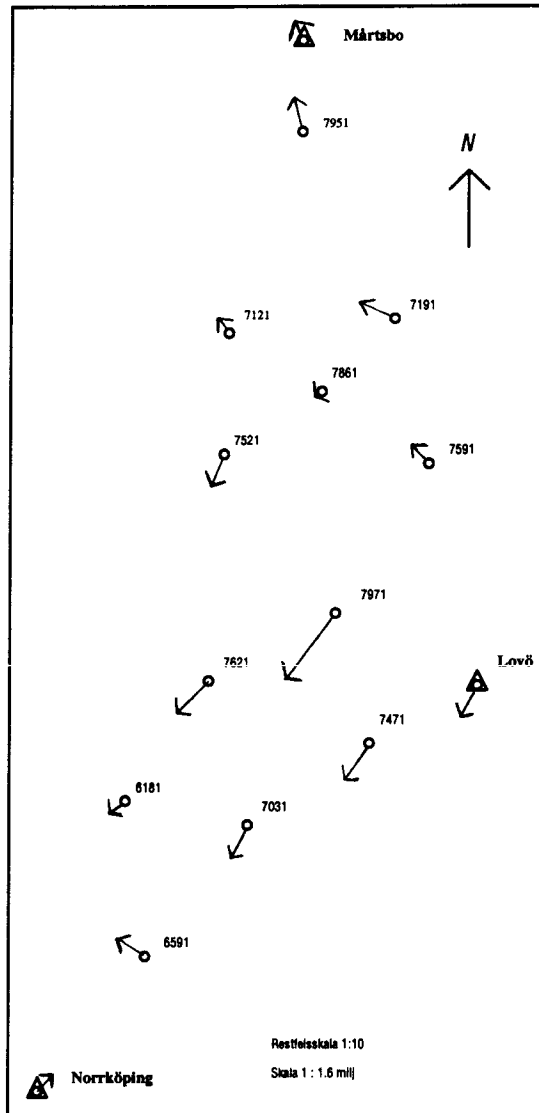


# BILAGA VI

## Restfelskartor redovisande restfelsvektorer i plan, 14 och 3 punkters inpassning.



*Restfel i plan, 14 punkters inpassning.*



*Restfel i plan, 3 punkters inpassning.*

