



Lantmäteriet
Lantmäteriverket - National Land Survey
S - 801 82 GÄVLE · SWEDEN

Tekniska skrifter - Professional Papers

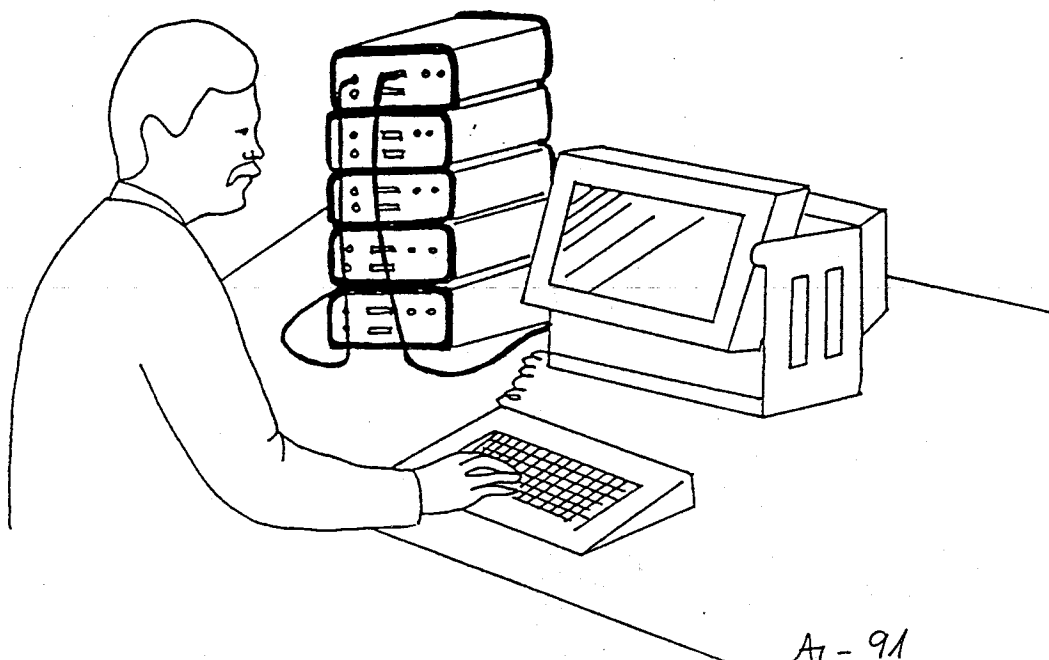
LMV-RAPPORT 1991:18

ISSN 0280-5731

GPS-beräkning för stomnät

av

Lotti Jivall



Aj-91

Gävle 1991

Lantmäteriverkets senaste Tekniska skrifter i geodesi

- 1987:18 Jivall L & Jakobsson L: Mäta med GPS - beräkningsprogram samt detaljstudie och beräkningsexempel med PoPS.
- 1988:10 Becker J-M: Tröghetspositioneringstekniken.
- 1988:12 Becker J-M, Lithén T, Nordqvist A: Erfarenheter med motoriserad trigonometrisk höjdbestämnings teknik (MTL) - jämförelser med övriga tekniker. (Engelsk version 1988:23.)
- 1988:16 Haller L-Å & Ekman M: The Fundamental Gravity Network of Sweden.
- 1988:24 Lidberg M: Frihöjd - ett datorprogram för höjdbestämnning vid fri uppställning.
- 1988:26 Ekman M: The Impact of Geodynamic Phenomena on Systems for Height and Gravity.
- 1989:4 Ekman M: Geodesins historia i Sverige - en liten översikt.
- 1990:3 Edgren M & Sundstrand G: Utredning om och förslag till stornät och koordinatsystem i Stor-Stockholm.
- 1990:8 Becker J-M: The Swedish Experience with the ISS Uliss 30 - Results from Tests and Pilot Projects.
- 1990:10 Hedling G, Jivall L, Jonsson B: Results and Experiences from GPS Measurements 1987-1990 - SVENAV-87, Local Control Networks and Dual-frequency Measurements.
- 1990:11 Jonsson B & Jivall L: Experiences from Kinematic GPS Measurements.
- 1990:13 Jivall L & Ollvik L: BFR-projektet "Pseudo-kinematisk/kinematisk GPS-mätning för geodetiska tillämpningar" - lägesrapport för etapp 1.
- 1991:1 Ekman M: Ellipsoider, geoider, koordinatsystem, höjdsystem och tyngdkraftssystem i Sverige.
- 1991:4 Jonsson B: Kort introduktion till GPS.
- 1991:7 Becker J-M & Andersson B: Utvärdering av NA 2000 - nytt digitalt avvägningsinstrument. (Engelsk version 1991:15.)
- 1991:8 Lithén T & Persson C-G: Planering av GPS-nät.
- 1991:17 Jivall L: Jämförande GPS-beräkningar med TRIMVEC-PLUS.
- 1991:18 Jivall L: GPS-beräkning för stornät.



Titel

GPS-BERÄKNING FÖR STOMNÄT

av Lotti Jivall

Huvudinnehåll

Rapporten utgör en delredovisning av ett arbete som pågår vid Lantmäteriverket. Slutmålet är en komplett guide för geodetisk mätning med GPS, som i förlängningen kommer att utgöra en del av skriftserien AMK (Allmänna råd i mättnings- och kartfrågor) och som kommer att ersätta nuvarande TFA.

Här behandlas det delområde som berör beräkning och analys av GPS-data.

LDOK

Kg Satellitgeodesi

Beställs hos

Lantmäteriverket
Blankettförrådet
801 82 GÄVLE

Allmänna Förlaget



FÖRORD

På de geodetiska enheterna vid Lantmäteriverket (KG och PG) pågår ett arbete med att ta fram en komplett guide för geodetisk stommätning med GPS, som i förlängningen kommer att ingå i skriftserien AMK (Allmänna råd i mättnings- och kartläggningsfrågor).

Den del av guiden som behandlar planering av GPS-nät finns redovisad i "Planering av GPS-nät" (LMV-rapport 1991:8) av Thomas Lithén och Clas-Göran Persson.

Den här framlagda rapporten behandlar beräkning och analys av GPS-data för stommätning i plan. För felgränser i olika steg har ett resonemang liknande det i arbetet med AMK-stommätning tillämpats.

Sommaren 1991 gick rapporten ut på en fackremiss till GPS-användare med inriktning mot stommätning både inom och utanför Lantmäteriverket. Författaren vill här framföra sitt tack för alla värdefulla synpunkter och förbättringsförslag som remissvaren innehöll.

INNEHÅLL

1. Inledning	1
2. Översikt över beräkningsgången	2
3. Koordinattransformationer i samband med GPS	4
3.1 Transformationssamband mellan WGS84 och RT90	
3.2 Transformation av koordinatdifferenser	
4. Utjämning av GPS-observationer	8
4.1 Allmänt	
4.2 Fasmätningar och differenser mellan dessa	
4.3 Banddata	
4.4 Atmosfärskorrekktioner	
4.5 Initialkoordinater	
4.6 Datafiltrering och utjämning av dubbeldifferenser, flyt- och fixlösningar	
4.7 Baslinjprogram och multistationsprogram	
4.8 Kriterier	
4.9 Riktlinjer i sammanfattning	
5. Kontroller inom och mellan sessioner	16
5.1 Baslinjprogram	
5.2 Multistationsprogram	
5.3 Felgränser	
5.3.1 Felgränser för dubbelmätta baslinjer	
5.3.2 Felgränser för slutningsfel i slingor	
6. Nätutjämning	18
6.1 Allmänt	
6.2 Korrelationer och viktsättning	
6.3 Utvärdering	
7. Anslutning till överordnat nät	21
7.1 Två olika metoder	
7.2 Helmertinpassning av ett fritt utjämnat nät	
7.3 Nätutjämning med fasta punkter	
8. Slutord	23
9. Referenser	24
Bilaga A: Transformation mellan X, Y, Z och φ , λ , h	25
Bilaga B: Gauss konforma projektion	26
Bilaga C: Utdrag ur arbetsmaterial för GPS-ordlistan	28

1. INLEDNING

GPS-tekniken har de senaste åren fått en betydande roll vid stommätning inom Lantmäteriet och i övrig svensk mättningsverksamhet. 1985-88 genomfördes en del försök och senare pilotprojekt i syfte att ta fram mätmetoder för olika tillämpningar. 1989 kom en mer regelrätt produktion av geodetiska stornät igång. I och med detta har ett behov av riktlinjer för GPS-mätningar uppkommit. En ansats till riktlinjer för utformning av yttäckande GPS-nät finns presenterad i Lithén & Persson (1991). Den här framlagda rapporten innehåller motsvarande ansats till riktlinjer för beräkning och analys av GPS-data.

Rapporten begränsar sig till stommätning i plan med baslinjelängder från några hundra meter upp till ett par mil. Det är denna typ av geodetiska GPS-mätningar som idag är dominerande.

Med begreppet stornät avses ett geodetiskt nät som skall tjäna många olika syften, även framtida, i dag okända, syften. Noggrannheten skall vara så hög som möjligt med användning av produktionsmässiga metoder. Någon uppdelning i olika kvalitetsklasser finns således inte.

Riktlinjer och kriterier har tagits fram med hänsyn till vad tekniken klarar av. Som underlag har stornätsberäkningar från Lantmäteriets produktion 1990 och 1991 använts.

På Lantmäteriverket används följande beräkningssystem för produktion av stornät med GPS. Utjämningsen av GPS-observationer görs i PC-programmet GPPS från instrumenttillverkaren Ashtech Inc, USA, vilket är ett baslinjeprogram som bygger på utjämningsen av dubbeldifferenser. Nätutjämningsen utförs med PC-programmet GeoLab från GEOSurv Inc, Canada, och transformationerna i egenutvecklad programvara.

Kriterier för utvärdering av utjämningsen av GPS-observationer ges både för GPPS (Ashtechs beräkningsprogram) och TRIMVEC-PLUS (Trimbles beräkningsprogram). Kriterierna för GPPS är framtagna med versionerna 90.04-91.07, men stämmer även för tidigare versioner. För TRIMVEC-PLUS har version C använts. De riktlinjer som ges gäller båda programmen och borde även vara användbara för andra programsystem, som bygger på samma grundläggande principer. Kriterierna kan dock kräva vissa modifikationer.

Kontroller mellan sessioner genom jämförelser av dubbelmätta baslinjer eller beräkning av slutningsfel i slingor är dock oberoende av vilken programvara som använts i ett tidigare skede.

Även nätutjämningsen är av en mer generell natur. Här föreslås standardviktsättning både i ett lokalt system (norr, öster, upp) och i geocentriska cartesiska koordinater (X,Y,Z).

Två metoder för anslutning till överordnat stornät beskrivs, dels den som LMV hittills har använt, nämligen Helmertinpassning av ett fritt utjämnat nät, och dels en metod där anslutningspunkterna hålls fasta i nätutjämningsen. Den senare metoden har vi ingen större erfarenhet av i samband med GPS-mätningar.

I rapporten förekommer en hel del GPS-specifika termer. För att underlätta förståelsen av denna rapport biläggs ett utdrag ur det arbetsmaterial till en GPS-ordlista, som tagits fram av en expertgrupp inom STANLI-projektet i samarbete med Tekniska nomenklaturcentralen.

2. ÖVERSIKT ÖVER BERÄKNINGSGÅNGEN

Som tidigare nämnts behandlas endast stommätning i plan i denna rapport. Beräkningsgången för detta kan delas upp i följande steg:

1. Beräkning av initialkoordinater i WGS84 för en startpunkt i nätet.

Beräkningen görs genom transformation från RT90/RH70, varför man bör planera mätningarna så att det ingår minst en punkt med koordinater kända i dessa system (eller någonting liknande) i första dagens mätningar.

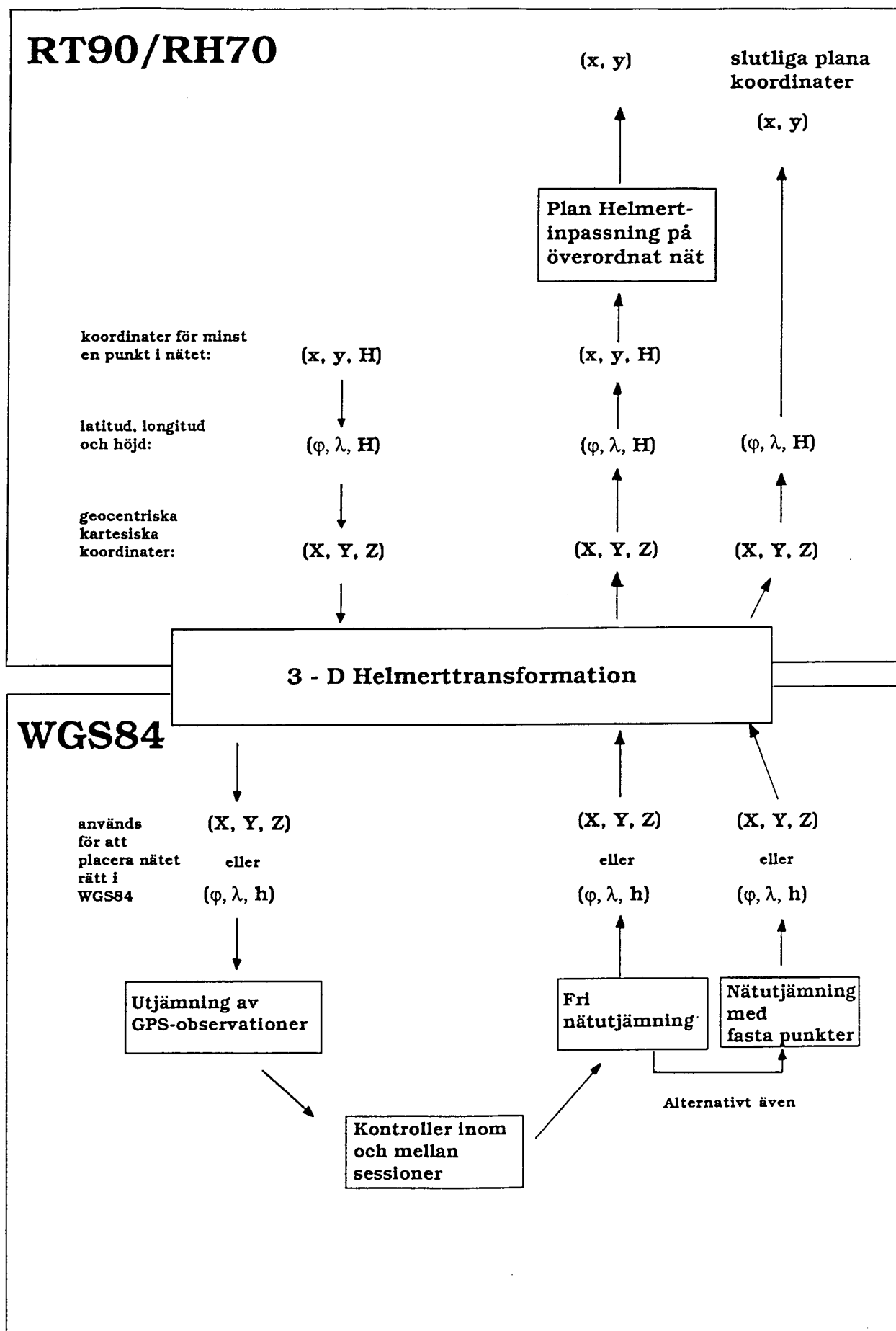
2. Utjämnning av GPS-observationer. Denna kan antingen göras baslinjevis eller genom en samtidig utjämnning av flera baslinjer (multistationsutjämnning).

3. Kontroller inom och mellan sessioner. Inbördes kontroll görs antingen genom multistationsutjämnning eller genom en nätutjämnning per session. Kontroller mellan sessioner görs genom jämförelser av dubbelmätta baslinjer eller beräkning av slutningsfel i slingor.

4. Nätutjämnning. Baslinjekomponenterna från steg 2 utjämnas till ett fritt sammanhängande nät i ett ungefärligt WGS84.

5. Anslutning till överordnat nät. Koordinaterna från nätutjämnningen transformeras till plana koordinater i ett ungefärligt RT90, regionssystem eller dylikt. Anslutning till det aktuella koordinatsystemet görs genom en plan Helmert-inpassning.

Alternativt betraktas denna inpassning endast som en kontroll och den slutliga anslutningen görs genom en nätutjämnning där anslutningspunkternas latitud och longitud i WGS84 hålls fasta. Koordinaterna i WGS84 fås genom transformation och återförs efter nätutjämnningen till aktuellt koordinatsystem genom transformation. Det är då viktigt att transformationerna i de båda riktningarna verkligen är inversen av varandra.



Figur 1. Flödesschema för beräkning av plana koordinater med GPS

3. KOORDINATTRANSFORMATIONER I SAMBAND MED GPS

3.1 TRANSFORMATIONSSAMBAND MELLAN WGS84 OCH RT90

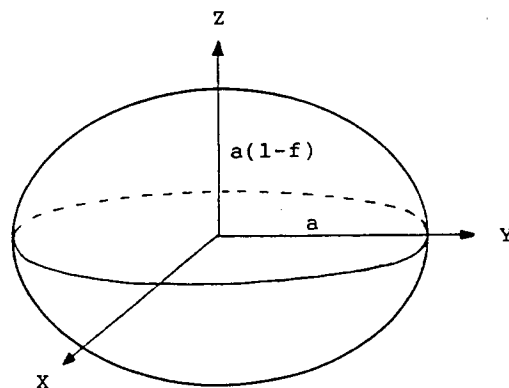
Mätning och beräkning med GPS görs i det geodetiska datumet World Geodetic System 1984 (WGS84), vilket är ett globalt datum med origo placerat mycket nära jordens tyngdpunkt. Koordinaterna uttrycks antingen i geocentriska cartesiska koordinater (X,Y,Z), där Z-axeln nära sammanfaller med jordens rotationsaxel och X-axeln passerar ekvatorn genom Greenwich-meridianen (se figur 2), eller i latitud, longitud och höjd över ellipsoiden. Överräkning till och från geocentriska koordinater behandlas i bilaga A; se även t ex Leick (1990).

Ellipsoidparametrarna för WGS84 sammanfaller för praktiskt bruk med Geodetic Reference System 1980 (GRS 1980).

Ellipsoidparametrar för WGS84:

$$a = 6\,378\,137 \text{ m}$$

$$1/f = 298.257\,223\,563$$



Figur 2. Geocentriska cartesiska koordinater.

Ett transformationssamband (datumbyte), avsett i första hand för navigation, har tagits fram mellan WGS84 och RT90 (Hedling & Reit 1989). Eftersom det endast är frågan om ett ungefärligt samband (grundmedelfel i inpassningen = 2.4 m/koordinat) kan formeln i de flesta sammanhang även användas för RT38 och regionssystemen. Transformationssambandet bygger på en inpassning i tre dimensioner i geocentriska cartesiska koordinater på 9 riksnätspunkter som så gott som möjligt täcker landet. Koordinater i WGS84 för punkterna har erhållits ur två skandinaviska Doppler-kampanjer. XYZ i RT90 har fått från latitud och longitud i RT90 och höjder i RH70 (ingen hänsyn tagen till geoiden!).

Bursa-Wolfs modell för 3-D Helmertinpassning (7-parametertransformation) har använts:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + (1 + \delta_s) R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1)$$

där

X, Y, Z	=	koordinater i RT-systemet
x, y, z	=	koordinater i WGS-systemet
$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$	=	translationer
δ_s	=	skalkorrektion
R	=	rotationsmatris

Rotationsmatrisen R kan skrivas som produkten av rotationsmatriserna R_x , R_y och R_z , vilka i tur och ordning utför rotationerna ω_x , ω_y , ω_z kring x-, y- och z-axlarna.

$$R = R_z R_y R_x = \begin{bmatrix} \cos\omega_z & \sin\omega_z & 0 \\ -\sin\omega_z & \cos\omega_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\omega_y & 0 & -\sin\omega_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\omega_y & 0 & \cos\omega_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega_x & \sin\omega_x \\ 0 & -\sin\omega_x & \cos\omega_x \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\omega_y \cos\omega_z & \cos\omega_x \sin\omega_z + \sin\omega_x \sin\omega_y \cos\omega_z & -\cos\omega_x \sin\omega_y \cos\omega_z + \sin\omega_x \sin\omega_z \\ -\cos\omega_y \sin\omega_z & \cos\omega_x \cos\omega_z - \sin\omega_x \sin\omega_y \sin\omega_z & \sin\omega_x \cos\omega_z + \cos\omega_x \sin\omega_y \sin\omega_z \\ \sin\omega_y & -\sin\omega_x \cos\omega_y & \cos\omega_x \cos\omega_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

Observera hur rotationerna har definierats - ibland definieras de med omvänt tecken.

Ur inpassningen erhöles följande transformationsparametrar:

$$\begin{aligned} \Delta X &= -424.3 \text{ m} \\ \Delta Y &= +80.5 \text{ m} \\ \Delta Z &= -613.1 \text{ m} \\ \omega_x &= -4.3965 \text{ bågsekunder} \\ \omega_y &= +1.9866 \text{ bågsekunder} \\ \omega_z &= -5.1846 \text{ bågsekunder} \\ \delta_s &= 0.0 \text{ mm/km} \end{aligned} \quad (3)$$

Medelfelet i inpassningen är 2.4 m/koordinat och passfelen varierar mellan 0.2 och 1.0 m i plan resp 0.2 m och 7.2 m i höjd.

Formel (1) används då koordinater i WGS84 skall transformeras till RT90/RH70. Om man vill utföra den omvända transformationen (från RT90/RH70 till WGS84) samt har kravet att denna skall vara konsistent med transformationen från WGS84 till RT90/RH70, måste inversen till formel (1) användas:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{R^{-1}}{(1 + \delta_s)} \left[\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \right] \quad (4)$$

där $R^{-1} = R^T$, d v s transponatet till rotationsmatrisen R.

Om man inte har så höga krav på konsistens utan kan acceptera en viss förändring av koordinaterna efter transformationerna i båda riktningarna, kan man byta ut rotationsmatrisen R i formel (1) mot en linjäriserad form av (2):

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Observera att rotationerna ω_x , ω_y , ω_z från (3) måste omvandlas till radianer före insättning i formel (5).

För den omvända transformationen (från RT90/RH70 till WGS84) används då i stället för formel (4) formel (1) fast med omvända tecken på transformationsparametrarna (X, Y, Z och x, y, z byter då betydelse med varandra). Detta förenklade tillvägagångssätt kan ge upphov till differenser på någon cm då man går fram och tillbaka i transformationskedjan.

Vid beräkning av ungefärliga koordinater i WGS84 enligt figur 1 utgår man från plana koordinater i RT90, RT38 eller något av regionssystemen, vilka räknas över till latitud och longitud på Bessels ellipsoid med Gauss konforma projektion. Formlerna för denna kartprojektion ges i bilaga B; se även t ex Ussisoo (1977).

Bessels ellipsoidparametrar:

$$a = 6\,377\,397.155 \text{ m}$$

$$1/f = 299.152\,812\,8$$

I kombination med höjden i RH70 (eller liknande), utan geoidhöjd, görs sedan en översräkning till geocentriska cartesiska koordinater enligt bilaga A, på vilka formel (4) med (2) appliceras. Eventuellt används istället formel (1) med (5) och omvänt tecken på transformationsparametrarna (3). De geocentriska koordinaterna i WGS84 räknas sedan eventuellt över till latitud, longitud och höjd över WGS84-ellipsoiden enligt bilaga A.

3.2 TRANSFORMATION AV KOORDINATDIFFERENSER

För att underlätta utvärderingen av GPS-beräkningar, vilka ofta utförs i geocentriska cartesiska koordinater, kan förbättringar eller andra små koordinatdifferenser transformeras till ett lokalt system (norr, öster, upp - på engelska: northing, easting, up, vilket förkortas N, E, U). Sambandet mellan X, Y, Z och latitud, longitud och höjd kan här något approximativt skrivas på följande sätt:

$$\begin{aligned} X &= (r + h) \cos \psi \cos \lambda \\ Y &= (r + h) \cos \psi \sin \lambda \\ Z &= (r + h) \sin \psi \end{aligned} \quad (6)$$

eller

$$\begin{aligned} \psi &= \arcsin (Z / (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2}) \\ \lambda &= \arctan (Y / X) \\ h &= (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2} - r \end{aligned} \quad (7)$$

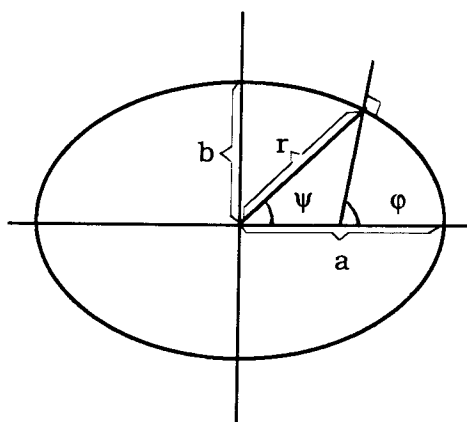
med

$$\tan \psi = b^2 / a^2 \tan \phi = (1 - f)^2 \tan \phi \quad (8)$$

där

$$\begin{aligned} X, Y, Z &= \text{geocentriska cartesiska koordinater} \\ r &= \text{radius vector} \\ h &= \text{höjd över ellipsoiden} \\ \psi &= \text{geocentrisk latitud} \\ \lambda &= \text{longitud} \\ \phi &= \text{geodetisk latitud} \end{aligned}$$

- a = halva storaxeln
 b = halva lillaxeln
 f = avplattningen



Figur 3. Samband mellan a, b, r, ψ och φ.

r varierar med latituden. I detta sammanhang kan man dock försumma detta samband och betrakta jorden som rund.

Differenser i norr, öster och upp (N, E, U) kan uttryckas som funktioner av latitud, longitud och höjd:

$$\Delta N = (r+h) \Delta\psi, \Delta E = (r+h) \cos \psi \Delta\lambda, \Delta U = \Delta h.$$

Sambanden mellan differenser i X, Y, Z och differenser i N, E, U har härletts med hjälp av mätfellets fortplantningslag (Taylorutveckling av (6) och (7) med första ordningens termer):

$$\begin{aligned}
 \Delta N &= -\sin \psi \cos \lambda \Delta X - \sin \psi \sin \lambda \Delta Y + \cos \psi \Delta Z \\
 \Delta E &= -\sin \lambda \Delta X + \cos \lambda \Delta Y \\
 \Delta U &= \cos \psi \cos \lambda \Delta X + \cos \psi \sin \lambda \Delta Y + \sin \psi \Delta Z
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Även det omvända sambandet kan vara intressant i en del sammanhang, t ex om man vill se hur mycket de olika komponenterna påverkas av ett antennhöjdsfel.

$$\begin{aligned}
 \Delta X &= -\sin \psi \cos \lambda \Delta N - \sin \lambda \Delta E + \cos \psi \cos \lambda \Delta U \\
 \Delta Y &= -\sin \psi \sin \lambda \Delta N + \cos \lambda \Delta E + \cos \psi \sin \lambda \Delta U \\
 \Delta Z &= \cos \psi \Delta N + \sin \psi \Delta U
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

För de flesta tillämpningar duger det att använda latitud och longitud på 10 mil när. Denna förenkling kan ge upphov till fel av storleksordningen 5%. Den geocentriska latituden kan då bytas ut mot geodetisk latitud (skillnaden mellan geodetisk och geocentrisk latitud motsvarar ett par mil i Sverige).

4. UTJÄMNING AV GPS-OBSERVATIONER

4.1 ALLMÄNT

I det här kapitlet behandlas de beräkningssteg där fasmätningar på kod och bärvåg samt satelliternas banddata bearbetas för att resultera i baslinjekomponenter (koordinatdifferenser) mellan samtidigt GPS-mätta punkter.

Det finns ett stort antal programvaror, som har olika grundläggande principer och mer eller mindre avancerade modeller för beräkningarna. De största skillnaderna ligger i hur fasmätningarna på bärvågen behandlas: differensbildning (enkel-, dubbel- och trippeldifferenser) eller direkt användning av den "råa" fasmätningen, metoderna för hur periodobekanta bestäms, banbestämningen samt om flera stationer än två kan bearbetas i en samtidig utjämning (multistationsprogram eller baslinjeprogram).

Det finns dels programvaror som är direkt kopplade till ett visst mottagarfabrikat, dels mottagaroberoende programvaror, ofta utvecklade vid universitet. De senare brukar vara mer flexibla och innehålla mer avancerade modeller, samtidigt som de ofta är sämre anpassade för produktionsberäkningar. Via ett standardiserat rådataformat, RINEX (Receiver Independent Exchange Format), har man i allmänhet möjlighet att använda andra programsystem än det som är utvecklat av fabrikanten till de mottagare som man använder. I dag kan inte alla mottagare (i kombination med sin efterbearbetningsprogramvara) leverera data i RINEX-format. Dessutom kan det förekomma en viss inkompatibilitet mellan olika RINEX-format.

Utgångspunkten för den här rapporten är det beräkningssystem (GPPS, version 91.07, från Ashtech Inc) som f n (1991) används vid Lantmäteriverket för geodetisk stommätning. De metoder för utvärdering och de kriterier som ges här har tagits fram ur erfarenheter med detta system. En jämförelse har sedan gjorts mellan GPPS och Trimbles programvara TRIMVEC-PLUS, version C, (Jivall 1991). De för GPPS utarbetade metoderna för utvärdering fungerade bra även för TRIMVEC-PLUS. Kriterierna behövde dock ändras något. Därför presenteras här två uppsättningar kriterier, en för GPPS och en för TRIMVEC-PLUS. Även för andra programsystem som bygger på ungefär samma grundläggande principer, borde riktlinjerna och och i viss mån även kriterierna vara användbara.

4.2 FASMÄTNINGAR OCH DIFFERENSER MELLAN DESSA

Den grundläggande observationen för noggrann relativ positionsbestämning är fasmätning på satellitsignalens bärvåg. Denna kan uttryckas som en funktion av mottagarens position, satellitens position, antalet hela våglängder mellan satellit och mottagare vid fasmätningens början (periodobekant) samt klockfel hos satellit- och mottagarklockan. Förenklat kan observationsekvationen skrivas

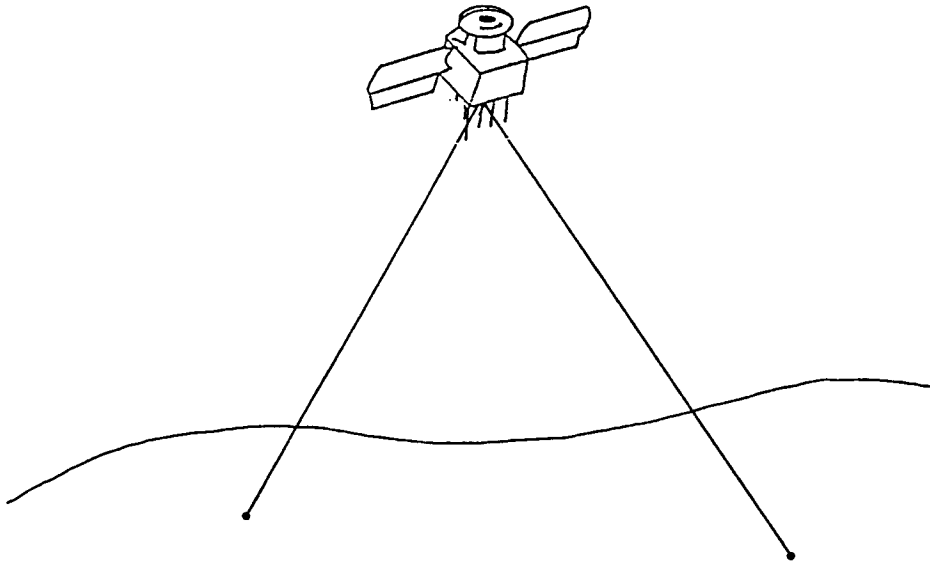
$$\Phi_m^s(t) = -(1/\lambda)r_m^s(t) + N_m^s + f(\Delta t_m + \Delta t^s)(t) \quad (11)$$

$$r_m^s = ((X^s - X_m)^2 + (Y^s - Y_m)^2 + (Z^s - Z_m)^2)^{1/2}$$

där	Φ	=	fasobservation
	r	=	avstånd mellan satellit och mottagare
	λ	=	våglängd
	N	=	periodobekant
	f	=	frekvens
	t	=	tid
	s	=	satellit
	m	=	mottagare

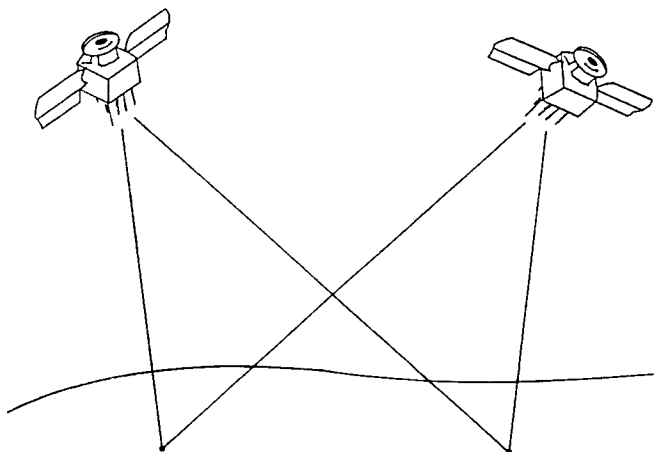
Varje epok erhålls en sådan observation för varje kombination av satellit och mottagare. Mottagarens position och den periodobekanta är oberoende av tiden, medan klockfelen är tidsberoende. Satellitens position betraktas normalt som känd och beräknas ur banddata.

En vanlig metod för att eliminera eller åtminstone reducera effekterna av klockfelen är att bilda differenser mellan fasobservationerna. Vid *enkeldifferenser* - differenser mellan två fasobservationer för samma satellit men två olika stationer - elimineras satellitklockans fel. Även banfel och atmosfärens inverkan reduceras.



Figur 4. Enkeldifferens.

Differensen mellan två enkeldifferenser för samma stationer men olika satelliter kallas *dubbeldifferens* (se figur 5). Här elimineras även mottagarnas klockfel. Dubbeldifferenser har även den egenskapen att de periodobekanta kan urskiljas från övriga parametrar, vilket gör dem lämpliga som observationer i den slutliga utjämnningen.



Figur 5. Dubbeldifferens.

Trippeldifferenser är differenser i tiden mellan två dubbeldifferenser. Karaktäristiskt för dessa är att de är oberoende av de periodobekanta, eftersom dessa elimineras vid differensbildningen. Baslinjeberäkning med trippeldifferenser ger lägre noggrannhet än motsvarande med dubbeldifferenser. Trippeldifferenser är användbara för att lokalisera och laga periodbortfall samt för att enkelt beräkna en baslinje oberoende av periodobekanta och periodbortfall.

4.3 BANDATA

Vid beräkning för stommätning betraktas satelliternas positioner nästan undantagslöst som kända. Information om satelliternas banor fås antingen genom Broadcast Ephemeris (predikterade bandata) eller Precise Ephemeris (efterberäknade bandata). Normalt kan Broadcast Ephemeris användas. Vid beräkning av långa baslinjer med höga noggrannhetskrav bör man använda Precise Ephemeris. Införandet av Selective Availability (SA) kan dock innebära att Precise Ephemeris blir ett krav även för vanlig stommätning.

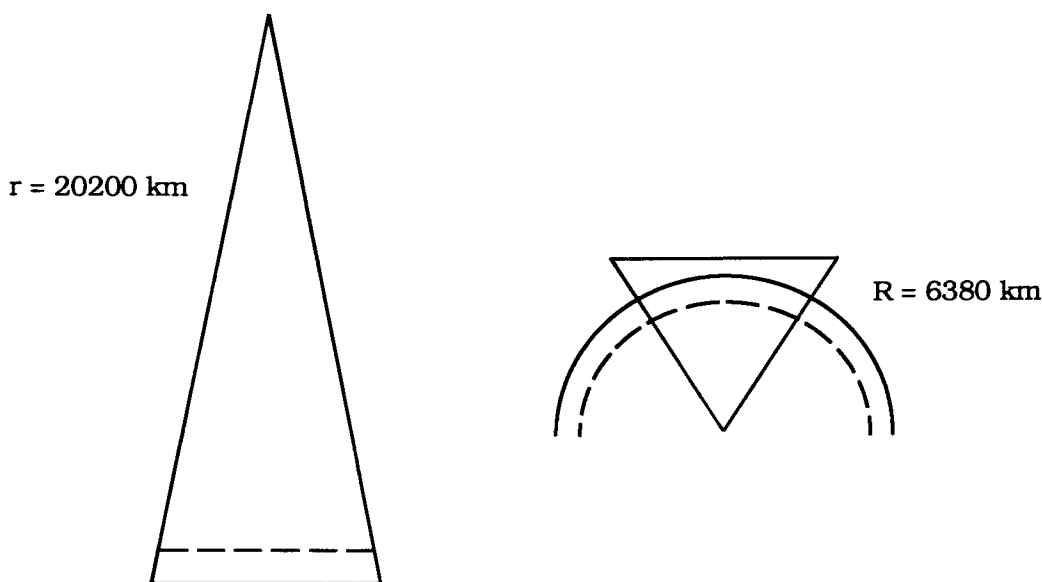
4.4 ATMOSFÄRSKORREKTIONER

Normalt skall en standardatmosfär med standardvärden användas för troposfärskorrektionerna. Absoluta troposfärsfel ger ett skalfel, avvikelser från standardatmosfären resulterar dock endast i fel på upp till några tiondels ppm. Relativa troposfärsfel påverkar i första hand höjden. Om egna relativa meteorologidata skall användas krävs extremt noggranna och omsorgsfulla observationer, för att de skall kunna förbättra beräkningarna.

Vad beträffar jonosfären kan man med tvåfrekvensmätningar eliminera effekten av denna. Ofta används dock enfrekvensmätningar. Vid enfrekvensmätningar kan stora delar av de systematiska felen korrigeras med en jonosfärsmodell. Om ingen sådan används kan man förvänta sig ett skalfel på mellan -0.35 och -3.5 ppm.

4.5 INITIALKOORDINATER

Eftersom sambandet mellan fasmätningar (eller differenser därav) och mottagarens koordinater ej är linjärt, krävs närmevärden på de obekanta koordinaterna. Dåliga närmevärden resulterar i en dålig lösning, om lösningen överhuvudtaget konvergerar. Om beräkningen av baslinjekomponenter, som alltså är en relativ beräkning, sker i fel absolutläge införs systematiska fel i resultatet. Höjdfel ger upphov till ett skalfel och fel i horisontalld till en rotation av nätet (Beutler m fl 1987). Skalfelet är direkt proportionellt mot höjdfelet, 10 m för högt absolutläge ger 0.4 ppm för liten skala. Vid reduktion till ellipsoiden förstärks skalfelet ytterligare, 10 m ger 1.6 ppm. Totaleffekten av 10 m fel i höjd blir alltså 2.0 ppm. De systematiska felen p g a fel absolutläge i horisontalld är betydligt mindre (10 m ger 0.03" = 0.009 mgon). Ett stort fel (50-100 m) kan dock ge upphov till konvergensproblem.



Figur 6. Skalfel p g a fel initialkoordinater i höjd.

Absolutkoordinater kan generellt sett fås genom absolutpositionsbestämning med GPS eller Transit Doppler eller genom transformation från något annat koordinatsystem. Absolutpositioner från GPS med Broadcast Ephemeris ger för låg noggrannhet för att användas som initialkoordinater vid stornätsberäkning.

Det räcker att endast en punkt har bra initialkoordinater. Dessa förs sedan via baslinjeberäkningen över till övriga punkter i nätet. Det är viktigt att alla beräkningar i ett nät görs i samma absolutläge, annars införs onödiga spänningar i nätet.

Koordinaterna för startpunkten tas lämpligen fram genom transformation från RT90 till WGS84 enligt avsnitt 3.1 och figur 1. I det här sammanhanget spelar det ingen roll om koordinater från RT38 eller något regionssystem i riksnätet används istället. Även andra metoder med motsvarande noggrannhet kan användas.

$$(x, y, H)_{RT} \rightarrow (\varphi, \lambda, H)_{RT} \rightarrow (X, Y, Z)_{RT} \rightarrow (X, Y, Z)_{WGS}$$

Man bör här påpeka att de höjdfel (max ca 10 m) som, p g a av passfel, kan fås med transformationsformeln i avsnitt 3.1 endast påverkar utjämningen av baslinjekomponenterna. Reduktionen till ellipsoiden blir riktig eftersom den sker efter datumbytet.

På övriga punkter duger absolutpositionen från GPS som initialkoordinater. Bättre närmekoordinater brukar sedan beräknas ur trippeldifferenser i ett ganska tidigt skede i beräkningsgången.

I beräkningssystemen ingår oftast en modul som utför absolutpositionsberäkning, vilken bygger på kodmätning. Mottagarens position och korrektioner till mottagarens klocka bestäms genom en inbindning i rymden. Motsvarande beräkning är oftast redan gjord i mottagaren, men vid beräkning i efterhand kan en satellit strykas eller andra banddata användas. Ett annat syfte, förutom att ta fram en bättre position, är att förbättra mottagarens klockkorrektioner, vilket är särskilt viktigt för ugnsuppvärmda oscillatorer.

4.6 DATAFILTRERING OCH UTJÄMNING AV DUBBELDIFFERENSER, FLYT- OCH FIXLÖSNINGAR

Innan en utjämning görs rensas data på dåliga (avvikande) observationer och periodbortfall lagas. Detta görs vanligen med hjälp av trippeldifferenser.

Därefter görs en utjämning med dubbeldifferenser som observationer samt koordinatdifferenser och periodobekanta som obekanta. Till utjämningen bör det finnas minst en timmes observationer med minst fyra samtidiga satelliter (tiden är beroende av beräkningsprogramvaran, baslinjelängden och satellitkonfigurationen). Huvudorsaken till att det krävs så lång observationstid är att den vanliga statistiska metoden att bestämma de periodobekanta kräver en ganska stor ändring av satellitkonfigurationen under mätningens gång.

Själva utjämningsdelen i programsystemet består av två utjämnningar. Först görs en utjämning där både koordinater och periodobekanta löses ut som obekanta. Eftersom periodobekanta i en sådan lösning blir flyttal kallas lösningen för *flytlösning*. I en bra lösning är de periodobekanta nära heltal. Periodobekanta skall definitionsmässigt vara heltal, därför brukar dessa fixeras till heltal i en s k *fixlösning* för att lösningen skall bli bättre. Gränsen för när fixlösningar skall göras på L1-mätningar går vid baslinjelängden 15-20 km. *För stommätning skall endast fixlösningar användas.*

Innan periodobekanta fixeras brukar ett test göras för att kontrollera dessa. Alla kombinationer av periodobekanta, där någon eller några periodobekanta har ändrats en hel våglängd, testas genom att lösningar med endast ett fåtal observationer beräknas. Kvoten mellan den näst bästa och den bästa lösningens varians är ett viktigt kvalitetsmått på beräkningen. En hög kvot tyder på att rätt lösning valts.

Storleken på RMS i flyt- och fixlösningen, samt skillnaden däremellan är också användbara kvalitetsmått. Höga RMS och en stor ökning av RMS mellan flyt- och fixlösningen kan vara en indikation på att fel periodobekanta har valts.

Avsnitt 4.8 innehåller kriterier för dessa kvalitetsmått. Huvudregeln är att endast lösningar som uppfyller kriterierna bör gå vidare. Det är dock omöjligt att utforma kriterier som förkastar alla dåliga lösningar och behåller alla bra. Följden av detta är att en del lösningar ej klarar kriterierna trots att de är bra. Baslinjer som ligger på gränsen men inte klarar alla kriterier kan tas med, men det är då viktigt att de är väl kontrollerade i senare steg (kontroller inom och mellan sessioner samt i nätutjämnigen). Observera att en förutsättning för att dessa kriterier skall fungera är att det finns tillräckligt med data.

4.7 BASLINJEPROGRAM OCH MULTISTATIONSPROGRAM

En del beräkningsprogram har möjlighet att utjämna flera baslinjer i en samtidig utjämning, s k *multistationsprogram* (t ex PoPS från Wild-Magnavox och TRIMMBP från Trimble Navigation), medan en del andra endast kan hantera en baslinje åt gången, s k *baslinjeprogram* (t ex Ashtechs GPPS). Även i multistationsprogram kan man naturligtvis utföra beräkningen baslinjevis.

Baslinjeprogram är enklare uppbyggda och kräver mindre minnesutrymme. Det är enklare att lokalisera och utesluta dåliga baslinjer. Vid omberäkning behöver endast de berörda baslinjerna räknas om till skillnad från i ett multistationsprogram där hela sessionen måste räknas om. Eftersom baslinjerna behandlas separat i baslinjeprogram kan man inte få fram korrelationerna *mellan* baslinjerna, vilket får betydelse i den efterföljande nätutjämningen. *För att, om än på ett något primitivt sätt, ta hand om korrelationerna mellan baslinjer, beräknas alla kombinationer av baslinjer (d v s även de triviala).* Om inte alla mottagare varit igång under precis samma tidsperiod, ger detta sätt dessutom ett bättre utnyttjande av data, än vid multistationsbearbetning.

I ett multistationsprogram kan korrelationerna modelleras korrekt. Beräkningen går snabbare eftersom endast $n-1$ baslinjer skall beräknas i jämförelse med $n(n-1)/2$, vilket är fallet om man räknar alla kombinationer av baslinjer i ett baslinjeprogram. Programmet kräver dock mer minne och felsökningen är svårare att hantera. Även i ett multistationsprogram bildas eller "definieras" baslinjer, under förutsättning att utjämningen görs med dubbeldifferenser. Det är då lämpligt att definiera samma baslinjer som tagits med vid nätplaneringen. I princip kan ett helt stornät utjämnas på en gång, men oftast sätter programmet (eller minnet) begränsningar i form av maximalt antal stationer och/eller sessioner. Vanligtvis utjämnas därför varje session separat, för att sedan kombineras ihop med övriga sessioner i nätutjämningen.

4.8 KRITERIER

Nedan ges kriterier både för GPPS (Ashtechs programvara) och TRIMVEC-PLUS (Trimbles programvara). För GPPS anges dessutom även normalvärden. Kriterierna är ordnade i ungefärlig prioritetsordning. Observera att en förutsättning för att dessa kriterier skall fungera är att det finns tillräckligt med data (minst en timme med minst fyra samtidiga satelliter). Tas för mycket mätningar bort kan testvärdena mycket väl bli bra, men lösningen trots allt dålig.

Förklaringar:

1. Periodobekanta: Värdena för periodobekanta avser periodobekantas avvikelser från heltal.
2. Testkvot: Testkvoten är kvoten mellan kvadratsumman för den näst bästa och den bästa lösningen, där skillnaderna mellan lösningarna är att någon eller några periodobekanta har fixerats på andra heltal. En hög kvot tyder på att rätt periodobekanta har valts i den bästa lösningen.

3. RMS-fix RMS är i princip samma sak som grundmedelfelet i utjämningsen då enhetsvikter har använts. Eftersom det är fixlösningar som skall användas för stommätning är kriterierna satta för dessa. Även skillnaden mellan RMS i flyt- och fixlösningen bör kontrolleras. En stor ökning av RMS kan bero på att fel periodobekanta har använts.

4. Diff flyt-fix: Värdena avser maximala differenser i varje komponent (N,E,U eller X,Y,Z) mellan flyt- och fixlösningen.

PARAMETER	KRITERIER (normalvärden)	
	0 - 10 km	10 - 30 km
Baslinjelängd:	0 - 10 km	10 - 30 km
1.Periodobekanta	< 0.20 cykler (< 0.10 cykler)	< 0.25 cykler (< 0.15 cykler)
2.Testkvot	> 3 (4 - 100)	> 2 (3 - 50)
3.RMS-fix	<0.08 cykler=15 mm (0.02-0.06 cykler) (= 4-11 mm)	<0.10 cykler=19 mm (0.04-0.08 cykler) (= 8-15 mm)
4.Diff flyt-fix	< 5 cm (0-4 cm)	< 7 cm (0-6 cm)

Tabell 1. Kriterier vid utjämnings av GPS-observationer i GPPS.

PARAMETER	KRITERIER	
	0 - 10 km	10 - 30 km
Baslinjelängd:	0 - 10 km	10 - 30 km
1.Periodobekanta	< 0.25 cykler	< 0.30 cykler
2.Testkvot	> 3	> 2
3.RMS-fix	<0.06 cykler=11 mm	<0.07 cykler=13 mm
4.Diff flyt-fix	< 5 cm	< 7 cm

Tabell 2. Kriterier vid utjämnings av GPS-observationer i TRIMVEC-PLUS.

4.9 RIKTLINJER I SAMMANFATTNING

- Till beräkningen av en session eller baslinje bör det finnas minst en timmes observationer med minst fyra samtidiga satelliter (tiden är beroende av beräkningsprogramvaran, baslinjelängden och satellitkonfigurationen).

- Använd normalt Broadcast Ephemeris. Vid beräkning av långa baslinjer med höga noggrannhetskrav bör Precise Ephemeris användas. Införandet av SA (Selective Availability) kan ställa andra krav.
- Utjämningsen av GPS-observationer skall ske i rätt absolutläge. Initialkoordinater på en startpunkt erhålls genom transformation från RT90 (eller liknande) till WGS84 (se kapitel 3) eller med någon annan metod som ger minst samma noggrannhet. Ännu viktigare än själva absolutläget är att alla beräkningar i ett nät sker i samma absolutläge.
- Använd normalt en standardatmosfär för troposfärskorrekationer.
- För stommätning skall endast fixlösningar användas.
- Endast lösningar som uppfyller kriterierna i avsnitt 4.8 bör gå vidare till nätutjämningsen.
- Vid användning av baslinjeprogram skall alla baslinjer (även de triviala) beräknas.

5. KONTROLLER INOM OCH MELLAN SESSIONER

5.1 BASLINJEPROGRAM

För att kontrollera att baslinjerna inom varje session stämmer överens görs en nätutjämnning per session. Förbättringarna i en sådan utjämnning bör vara små (några mm), eftersom baslinjerna bygger på samma observationer (triviala baslinjer). Fel vid beräkning av en enskild baslinje kan upptäckas på detta sätt.

Sessionerna kontrolleras sedan mot varandra genom jämförelser mellan dubbelmätta baslinjer. Naturligtvis kan man beräkna slutningsfel i slingor istället, men detta är ofta mer tidsödande. Centreringsfel brukar kunna upptäckas i detta steg.

5.2 MULTISTATIONSPROGRAM

I ett multistationsprogram har kontrollen inom sessionen redan gjorts i och med att hela sessionen utjämnas samtidigt.

Kontroller mellan sessioner kan göras på samma sätt som för baslinjeprogram om man även utnyttjar de triviala baslinjerna. Alternativt görs kontrollen genom beräkning av slutningsfel i slingor (fyrkanter).

5.3 FELGRÄNSER

Nedan ges felgränser som är empiriskt framtagna ur dubbelmätta baslinjer mellan 100 m och 20 km. Komponentvisa medelfel har uppskattats i ett lokalt system (norr, öster och upp), varur felgränserna sedan härletts. För felgränserna har synsättet med en *varningsgräns* på två sigma (2σ) och en *kassationsgräns* på tre sigma (3σ) tillämpats för endimensionella storheter, och ett liknande resonemang i två och tre dimensioner (σ = standardavvikelsen). Baslinjer som har differenser större än varningsgränsen skall kontrolleras (indata och utjämnning av GPS-observationer) och eventuellt åtgärdas. Om inget fel upptäcks behålls baslinjen om differenserna är under kassationsgränsen, annars utesluts den.

Vid härledningen av felgränserna för slutningsfel i slingor har hänsyn tagits till att baslinjerna i en slinga normalt inte är lika långa. Felgränserna för slutningsfel i slingor skall således inte användas för dubbelmätta baslinjer, även om dessa kan ses som slingor bestående av två vektorer.

5.3.1 Felgränser för dubbelmätta baslinjer

$$D = a + bl \quad (12)$$

- D = gräns för differens i mm mellan dubbelmätta baslinjer
- a = konstant i mm
- b = konstant i mm/km
- l = längd i km

	Varningsgräns		Kassationsgräns	
	a	b	a	b
Norr	10	2	15	3
Öster	6	2	9	3
Upp	20	3.4	30	5.1
Plan	11	2.6	15	3.6
3-D	23	4.3	30	5.6

Tabell 2. Konstanter till felgränser för dubbelmätta baslinjer.

5.3.2 Felgränser för slutningsfel i slingor

$$D = (an + bL)/(n)^{1/2} \quad (13)$$

D = gräns för slutningsfel i mm

a = konstant i mm

b = konstant i mm/km

n = antal baslinjer i slingan

L = total längd i km

	Varningsgräns		Kassationsgräns	
	a	b	a	b
Norr	8	1.6	11	2.4
Öster	5	1.6	7	2.4
Upp	15	2.7	22	4.1
Plan	8	2.1	11	2.9
3-D	17	3.4	22	4.6

Tabell 3. Konstanter till felgränser för slutningsfel i slingor.

6. NÄTUTJÄMNING

6.1 ALLMÄNT

Baslinjekomponenterna (från baslinje- eller multistationsprogram) eller koordinatuppsättningarna för varje session/dag (från multistationsprogram) skall utjämnas till ett sammanhängande nät för hela projektet. Till att börja med görs alltid en fri utjämningsprogram för att GPS-mätningarnas och anslutningspunkternas noggrannhet skall kunna kontrolleras var för sig. Eventuellt görs sedan en utjämningsprogram med anslutningspunkterna mer eller mindre fasta, vilket vi återkommer till i nästa kapitel.

Vid LMV används från (1991) utjämningsprogrammet GeoLab, vilket utför en samtidig utjämningsprogram i tre dimensioner i geocentriska cartesiska koordinater. I en del andra utjämningsprogram transformeras baslinjerna först till längd, azimut och zenitdistans, varefter antingen en samtidig utjämningsprogram eller en utjämningsprogram separerad i plan och höjd utförs. Den senare typen av utjämningsprogram kommer inte att tas upp här. Om utjämningsprogram sker separat i plan och höjd bör det dock finnas en koppling mellan de båda utjämningsprogram, så att baslinjerna behandlas på samma sätt i båda fallen.

6.2 KORRELATIONER OCH VIKTSÄTTNING

Eftersom samma observationsdata har använts vid beräkning av flera baslinjer, blir baslinjerna korrelerade med varandra. Även inom baslinjerna, mellan de olika komponenterna, finns det korrelationer. Från ett multistationsprogram levereras normalt både korrelationer inom och mellan baslinjerna, medan ett baslinjeprogram endast kan ge korrelationer inom baslinjerna. För att, om än på ett något primitivt sätt, ta hand om korrelationerna mellan baslinjerna från ett baslinjeprogram *tas alla kombinationer av baslinjer (dvs även de triviala) med i nätutjämningsprogram*.

Viktsättningen kan antingen göras med en standardviktsättning eller utgående från de interna medelfelen från utjämningsprogram av GPS-observationer. I det senare fallet bör medelfelen skalas om så att de så gott som möjligt överensstämmer med den standardviktsättning som ges nedan.

Utifrån samma material, som användes vid bestämningen av felgränser för dubbelmätta baslinjer, har följande standardviktsättning (apriorimedelfel) tagits fram:

$$\begin{aligned}\sigma_N &= 5 \text{ mm} + 0.7 \text{ ppm} \\ \sigma_E &= 5 \text{ mm} + 0.7 \text{ ppm} \\ \sigma_U &= 8 \text{ mm} + 1.2 \text{ ppm}\end{aligned}$$

I en del nätutjämningsprogram (t ex GeoLab) måste viktsättningen ges i geocentriska cartesiska koordinater. För att få viktsättningen på denna form kan medelfelens fortplantningslag appliceras på formlerna (10) i kapitel 3. Alternativt kan formler gemensamma för hela Sverige användas (härledda för $\varphi = 62^\circ$, $\lambda = 16^\circ$):

$$\begin{aligned}\sigma_x &= 6 \text{ mm} + 0.8 \text{ ppm} \\ \sigma_y &= 5 \text{ mm} + 0.7 \text{ ppm} \\ \sigma_z &= 7 \text{ mm} + 1.1 \text{ ppm}\end{aligned}$$

Om standardviktsättning tillämpas skall korrelationerna från utjämnings av GPS-observationer inte tas med vid nätutjämnings.

6.3 UTVÄRDERING

Nätutjämnings kan utvärderas med hjälp av följande storheter:

- grundmedelfel
- förbättringar/standardiserade förbättringar
- punktmedelfel

Grundmedelfelet skall bli nära 1 om viktsättningen är korrekt. Försummande av korrelationer mellan baslinjer ger dock ett något lägre grundmedelfel. Om alla kombinationer av baslinjer utjämnas, utan hänsyn till korrelationerna, kan man sikta på att få ett grundmedelfel kring 0.9.

Förbättringarna ger i reella mått (även om skalan i viktsättningen skulle vara fel) en uppskattning av motsägelserna i nätet. Förbättringarna är därför ett av de viktigaste noggrannhetsmåten.

Standardiserade förbättringar är förbättringar dividerade med sina respektive medelfel. Stora standardiserade förbättringar kan vara tecken på grova fel. I analogi med felgränserna för dubbelmätta baslinjer sätts *varnings- och kassationsgränsen för de standardiserade förbättringarna till två respektive tre*, dvs felgränserna för förbättringarna är 2σ och 3σ . Här förutsätts att de standardiserade förbättringarna beräknas med förbättringarnas *apriorimedelfel*, vilket bl a är fallet i Geolab (fram till och med version 1.91). Om aposteorimedelfelet används måste felgränserna divideras med grundmedelfelet.

Baslinjer med standardiserade förbättringar över varningsgränsen skall undersökas och om möjligt åtgärdas. Om inget fel upptäcks behålls baslinjen men viktas ned om den standardiserade förbättringen understiger kassationsgränsen, annars utesluts den.

Om orsaken till de höga förbättringarna är ett höjdfel och höjderna inte skall användas, kan man låta baslinjen stå kvar oförändrad om höjden understiger 2 dm. Detta skall i så fall kommenteras i redovisningen. Om det är möjligt bör man dock korrigera felet. Höjdfel kan konstateras genom att transformera förbättringarna med formel (9) i avsnitt 3.2.

Åtgärder i form av nedviktnings och uteslutning skall göras på en enhet åt gången, nämligen den med störst standardiserad förbättring.

En enhet kan vara en baslinje, en station eller en session beroende på vilken typ av fel som orsakat den/de höga standardiserade förbättring-en/-arna. Felen kan indelas i följande grupper:

- Baslinjeberoende fel, t ex fel som uppkommit i baslinjeberäkningen.
- Stationsberoende fel, t ex centreringsfel, mottagarberoende fel eller fel som beror av dåliga mottagningsförhållanden (skymd sikt till satelliterna).
- Sessionsberoende fel, t ex fel som uppkommit vid multistationsutjämnning, fel orsakade av atmosfäriska störningar eller dåliga banddata.

För att ha kontroll över nätets eventuella svagheter skall borttagna och nedviktade baslinjer markeras i en nätskiss.

Nedviktningen görs enligt en variant av den danska metoden, vilken bygger på att den nya vikten (medelfelet) skall motsvara observationens uppskattade fel.

$$\sigma'_m = v/r \approx \sigma_m T/(k)^{1/2} \quad (14)$$

$$r = (\sigma_v/\sigma_m)^2 \quad (15)$$

$$\sigma'_m = v(\sigma_m/\sigma_v)^2 \quad (16)$$

där

- v = förbättring
- σ_m = apriorimedelfel för en mätning
- σ'_m = nytt apriorimedelfel för en mätning
- σ_v = apriorimedelfel för en förbättring
- T = standardiserad förbättring
- k = antal överbestämningar/antal mätningar
- r = diagonalelementet i matrisen I-A⁰

Vid nedviktnings skall hela baslinjen (alla tre komponenterna) viktas ned med samma faktor.

Observera att nedviktnings skall göras på en avvikare i taget, den med störst standardiserad förbättring.

Relativa punktmedelfel kan ge upplysning om det finns punkter i nätet som håller en lägre noggrannhet. För att tolkningen skall bli riktig måste den inbördes viktsättningen vara korrekt. Punktmedelfelen säger dock ingenting om kontrollerbarheten i nätet. En grafisk redovisning av nätet, där nedviktade baslinjer är markerade, är därför ett viktigt komplement.

Om alla kombinationer av baslinjer har tagits med i nätutjämnings måste punktmedelfelen skalas om för att bli mer realistiska. Punktmedelfelen skall då multipliceras med faktorn f:

$$f = (n_{tot}/n_{i,t})^{1/2} \quad (17)$$

där

- n_{tot} = antalet baslinjer i utjämnings
- $n_{i,t}$ = antalet icke-triviala baslinjer

7. ANSLUTNING TILL ÖVERORDNAT NÄT

7.1 TVÅ OLIKA METODER

För den slutliga anslutningen till överordnat nät kan man tänka sig två principiellt skilda metoder, nämligen Helmertinpassning av ett fritt utjämnat nät eller nätutjämning där anslutningspunkterna hålls fasta. Även den senare metoden kräver först en kontroll genom en Helmertinpassning (eller motvarande).

För GPS-nät har vid LMV metoden med Helmertinpassning nästan uteslutande använts. Vid konventionella nät (längder och vinklar) hålls anslutningspunkterna vanligen fasta om anslutningspunkterna håller högre eller samma noggrannhet som det nymätta nätet.

Eftersom vi har så lite erfarenhet av nätutjämning med fasta punkter i samband med GPS ges inga rekommendationer om vilken metod som skall användas i olika fall. En liten diskussion om de olika metodernas för- och nackdelar kan dock vara på sin plats.

Fördelen med Helmertinpassning av ett fritt nät är att det är en robust och enkel metod. Den interna noggrannheten i det nymätta nätet behålls. Vid utjämning med fasta punkter kan ibland förvrängningar av det nymätta nätet uppstå. Fel i anslutningspunkterna kan ge upphov till ännu större fel i det nymätta nätet vid en del "svaga" nätkonfigurationer. Om anslutningspunkterna har lägre noggrannhet än det nymätta nätet ger metoden med fasta punkter naturligtvis alltid en försämring av den interna noggrannheten i det nya nätet.

Den stora fördelen med nätutjämning med fasta punkter är att man får en flytande övergång till överordnat nät. Vid användning av en Helmertinpassning blir det ett glapp, motsvarande inpassningens passfel, mellan anslutningspunkterna och nypunkterna. För att komma över detta problem med Helmertinpassning kan man tänka sig någon form av restfelskompensation där passfelen fördelas över nätet.

7.2 HELMERTINPASSNING AV ETT FRITT UTJÄMNAT NÄT

Koordinaterna i ett ungefärligt WGS84 från en fri nätutjämning transformeras med hjälp av datumbytet i avsnitt 3.1 till ungefärliga koordinater i RT90/38/Regioner (se vidare figur 1 i kapitel 2).

$$(X,Y,Z)_{\text{WGS}} \rightarrow (X,Y,Z)_{\text{RT}} \rightarrow (\varphi,\lambda,H)_{\text{RT}} \rightarrow (x,y)_{\text{RT}}$$

Dessa ungefärliga RT90/38/Regions-koordinater passas sedan in på överordnat nät med en plan Helmertinpassning (translation, vridning och skala). De båda uppsättningarna koordinater som passas på varandra måste naturligtvis vara i samma projektionssystem.

Grundmedelfel, skala, vridning och passfel är mått på hur väl näten stämmer överens. Här kan man bli upptäcka om någon av anslutningspunkterna är dålig. Statistiska test på passfel och grundmedelfel, uppskattade fel m och m är mycket användbara vid felsökning.

Följande värden är normala för inpassning (av Ashtech-mätningar) på 4-5 punkter i riksnätet (RT90/Regionssystem):

grundmedelfel:	10-20 mm/koordinat
skala:	1-3 ppm (jfr avsnitt 4.4)
vridning:	0.0-0.4 mgon

7.3 NÄTUTJÄMNING MED FASTA PUNKTER

Först görs en Helmertinpassning enligt avsnitt 7.2 för att kontrollera anslutningspunkterna.

Alla anslutningspunkter transformeras till WGS84 enligt formel (4) kapitel 3. Här är det viktigt att använda den riktiga inversen till transformationen WGS -> RT (och inte bara byta tecken på translationer och vridningar) för att få exakt samma koordinater när man återvänder till RT efter nätutjämnningen.

I nätutjämnningen låses latitud och longitud på anslutningspunkterna till de värden i WGS84 som räknats fram. Endast en punkt fixeras i höjddled för att inte de sämre höjderna skall påverka plannoggrannheten. I GeoLab finns ingen möjlighet att fixera punkter endast i latitud och longitud utan man får ge dem en mycket hög vikt istället, d v s ett lågt apriorimedelfel.

Beroende på om Helmertinpassningen visat någon signifikant skala och vridning kan parametrar lösas ut för detta i nätutjämnningen. Efter nätutjämnningen transformeras nypunkternas koordinater till plana koordinater på samma sätt som i avsnitt 7.2. Någon inpassning görs dock inte.

8. SLUTORD

De riktlinjer och kriterier som ges i den här rapporten är framtagna ur erfarenheter av Lantmäteriets produktionsmätning de senaste åren. De är därför i första hand anpassade till det system, som används vid Lantmäteriverket, d v s nätutformning enligt Lithén & Persson (1991), utjämning av GPS-observationer med Ashtechs baslinjeprogram GPPS och nätutjämning med programmet Geolab. Vad avser kriterierna för utjämning av GPS-observationer har en anpassning gjorts även till programmet TRIMVEC-PLUS. Med lite modifikation bör riktlinjerna och kriterierna vara användbara även vid användning av andra system, som bygger på ungefär samma grundläggande principer.

Utvecklingen går snabbt framåt på beräkningssidan, varför riktlinjerna i det här dokumentet inte skall ses som någon "evig sanning". Framför allt inom avsnittet om utjämning av GPS-observationer kan man förutspå förändringar. Nya snabbare metoder för att lösa ut periodobekanta finns under utveckling. Även våra egna ökade erfarenheter kommer förmodligen att föranleda förändringar.

9. REFERENSER

Arbetsunderlag till AMK-Stommätning

Ashtech Inc 1990: Ashtech XII GPPS GPS Post Processing System.

Beutler G m fl 1987: Accuracy and Biases in the Geodetic Application of the Global Positioning System. IUGG, 19th General Assembly, Vancouver 1987.

Beutler G m fl 1987: Atmospheric Refraction and other Important Biases in GPS Carrier Phase Observations. IUGG, 19th General Assembly, Vancouver 1987.

BitWise Ideas Inc 1988: Manual till nätutjämningsprogrammet GeoLab. Programmet distribueras av GEOsurv Inc.

Hedling G, Jivall L 1990: Transformation till och från WGS84. Kartdagarna 1990, Västerås. Svensk Lantmäteritidskrift 1990:4.

Hedling G, Reit B-G 1989: Transformationssamband mellan WGS84 och RT90. LMV, Kartavdelningen informerar, Gävle 1989-05-10.

Jivall L 1990: Från GPS-system till lokala koordinater. GPS-seminarium Gävle 16 maj 1990.

Jivall L 1991: Jämförande GPS-beräkningar med TRIMVEC-PLUS. LMV-rapport 1991:17.

Krüger L 1912: Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene. Kgl. Preussisches Geodätisches Institut, Potsdam.

Leick A 1990: GPS Satellite Surveying. John Wiley & Sons, New York.

Lithén T, Persson C-G 1991: Planering av GPS-nät. LMV-rapport nr 1991:8.

Strauss R 1983: A Strategy to trace Gross Errors. Workshop on Precise Levelling, University of Hannover, March 16-18, 1983.

Trimble Navigation: TRIMVEC-PLUS - GPS Survey Software, Users Manual and Technical Reference Guide.

Ussisoo I 1977: Kartprojektioner. Lantmäteriverkets tekniska skrifter 1977/6.

Wells D m fl 1986: Guide to GPS-positioning. Canadian GPS Associates, P O Box 3184 Postal Station B, Fredericton, New Brunswick, Canada, E3A 569.

WM Satellite Survey Company: PoPS Manual.

BILAGA A: Transformation mellan X, Y, Z och φ, λ, h

Sambandet mellan de geocentriska cartesiska koordinaterna X, Y, Z och de geodetiska koordinaterna φ, λ, h kan skrivas:

$$X = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \quad (\text{A.1})$$

$$Y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \quad (\text{A.2})$$

$$Z = (N(1 - e^2) + h) \sin \varphi \quad (\text{A.3})$$

med

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad (\text{A.4})$$

$$e^2 = f(2 - f) \quad (\text{A.5})$$

där

- X, Y, Z = geocentriska cartesiska koordinater
- φ, λ, h = geodetiska koordinater
- N = tvärkrökningsradien
- e = första excentriciteten
- f = avplattningen
- a = halva storaxeln

Det inversa sambandet kan beräknas på följande sätt. Longituden λ kan man enkelt beräkna med formeln:

$$\tan \lambda = Y/X \quad (\text{A.6})$$

Latituden φ är inte lika enkel att räkna ut. Det förekommer flera olika angreppssätt. Ett sätt (Leick 1990) är att ta fram φ genom iteration av formeln:

$$\tan \varphi_{i+1} = \frac{Z}{(X^2 + Y^2)^{1/2}} \left[1 + \frac{e^2 N \sin \varphi_i}{Z} \right] \quad (\text{A.7})$$

Som startvärde på φ_i i högerledet används

$$\tan \varphi_0 = \frac{Z}{(1 - e^2)(X^2 + Y^2)^{1/2}} \quad (\text{A.8})$$

(Formel (A.8) är härledd genom att byta ut Z i parentesen i formel (A.7) mot formel (A.3) med $h=0$)

Höjden h fås med formeln

$$h = \frac{(X^2 + Y^2)^{1/2}}{\cos \varphi} - N \quad (\text{A.9})$$

Som tidigare antytts finns det flera olika sätt att utföra transformationen X, Y, Z \rightarrow φ, λ, h . Det förekommer även slutna formler.

BILAGA B: Gauss konforma projektion

Denna projektion kallas även Gauss-Krügers projektion, Gauss hannoverska projektion eller Transversal Mercatorprojektion.

Formlerna kan ej skrivas på sluten form, utan serieutveckling måste tillgripas. Formlerna som ges här är hämtade från Ussisoo (1977) och Krüger (1912), och har millimeternoggrannhet för $|y - y_0| < 700$ km.

Projektionsformlerna utnyttjar den isometriska latituden φ^* . Nedan ges sambanden mellan den isometriska latituden φ^* och den geodetiska latituden φ .

$$\varphi^* - \varphi = A \sin 2\varphi + B \sin 4\varphi + C \sin 6\varphi \quad (\text{B.1})$$

$$\varphi - \varphi^* = A^* \sin 2\varphi^* + B^* \sin 4\varphi^* + C^* \sin 6\varphi^* \quad (\text{B.2})$$

med

$$A = -2n + (2/3)n^2 + (4/3)n^3 + \dots$$

$$B = (5/3)n^2 - (16/15)n^3 + \dots$$

$$C = -(26/15)n^3 + \dots$$

$$A^* = 2n - (2/3)n^2 - 2n^3 + \dots$$

$$B^* = (7/3)n^2 - (8/5)n^3 + \dots$$

$$C^* = (56/15)n^3 + \dots$$

$$n = f/(2 - f) \quad (\text{B.3})$$

där φ = geodetisk latitud
 φ^* = isometrisk latitud
 f = avplattningen

Observera att vinkeln $\varphi - \varphi^*$ i formel (B.1) och (B.2) är uttryckt i radianer.

$\varphi, \lambda \rightarrow x, y$

$\varphi \rightarrow \varphi^*$ enligt (B.1)

$$\tan \xi' = \tan \varphi^* / \cos (\lambda - \lambda_0) \quad (\text{B.4})$$

$$\tanh \eta' = \cos \varphi^* \sin (\lambda - \lambda_0) \quad (\text{B.5})$$

$$x = k_0 \hat{a}(\xi' + \beta_1 \sin 2\xi' \cosh 2\eta' + \beta_2 \sin 4\xi' \cosh 4\eta' + \beta_3 \sin 6\xi' \cosh 6\eta') \quad (\text{B.6})$$

$$y = y_0 + k_0 \hat{a}(\eta' + \beta_1 \cos 2\xi' \sinh 2\eta' + \beta_2 \cos 4\xi' \sinh 4\eta' + \beta_3 \cos 6\xi' \sinh 6\eta') \quad (\text{B.7})$$

$x, y \rightarrow \varphi, \lambda$

$$\xi = x/(k_0 \hat{a}) \quad (\text{B.8})$$

$$\eta = (y - y_0)/(k_0 \hat{a}) \quad (\text{B.9})$$

$$\xi' = \xi - \delta_1 \sin 2\xi \cosh 2\eta - \delta_2 \sin 4\xi \cosh 4\eta - \delta_3 \sin 6\xi \cosh 6\eta \quad (\text{B.10})$$

$$\eta' = \eta - \delta_1 \cos 2\xi \sinh 2\eta - \delta_2 \cos 4\xi \sinh 4\eta - \delta_3 \cos 6\xi \sinh 6\eta \quad (\text{B.11})$$

$$\sin \varphi^* = \sin \xi' / \cosh \eta' \quad (\text{B.12})$$

$$\tan (\lambda - \lambda_0) = \sinh \eta' / \cos \xi' \quad (\text{B.13})$$

$\varphi^* \rightarrow \varphi$ enligt (B.2)

där x, y = plana koordinater
 φ, λ = geodetisk latitud och longitud
 λ_0 = medelmeridian
 y_0 = y-tillägg
 k_0 = förstöringsfaktor

I formlerna ovan är:

$$\hat{a} = 2Q/\pi = \frac{a}{(1+n)} (1 + (1/4)n^2 + (1/64)n^4 + \dots) \quad (\text{B.14})$$

$$\beta_1 = (1/2)n - (2/3)n^2 + (5/16)n^3 + \dots$$

$$\beta_2 = (13/48)n^2 - (3/5)n^3 + \dots$$

$$\beta_3 = (61/240)n^3 + \dots$$

$$\delta_1 = (1/2)n - (2/3)n^2 + (37/96)n^3 + \dots$$

$$\delta_2 = (1/48)n^2 + (1/15)n^3 + \dots$$

$$\delta_3 = (17/480)n^3 + \dots$$

där Q = meridiankvadranten

a = halva storaxeln

n fås med formel (B.3)

efterberäknade bandata (för Navstar GPS)
 bandata som beräknas i efterhand ur registreringar
 på spårstationer
 jfr predikterade bandata
 National Geodetic Survey i Washington distri-
 buerar officiella efterberäknade bandata,
 Precise Ephemeris, för GPS-systemet
 E postcomputed ephemeris

enkeldifferens
 differens mellan simultana fastmätningar mot en
 satellit från två olika stationer
 Satellitens klockfel elimineras och banfelens
 och atmosfärens inverkan reduceras mot denna
 differensbildning.
 E single difference, between-receiver difference

fixlösning, se heltalslösning

flytlösning, se flyttalslösning

flyttalslösning, flytlösning
 resultatet från utjämnning av data (dubbeldiffe-
 rens) från fastmätning på bärvågen, där antalet
 våglängder har lösts ut som flyttal
 jfr heltalslösning
 De obekanta i en sådan utjämnning är förutom
 koordinatdifferenser mellan olika stationer även
 antalet hela våglängder vid mätningens början
 (periodobekant).
 E float solution

geocentriskt kartesiskt koordinatsystem (i GPS-
 sammanhang)
 tredimensionellt ortonormerat koordinatsystem
 ungefärligt orienterat med origo i jordens tyngd-
 punkt, z-axeln parallell med jordens rotations-
 axel, x-axeln genom Greenwichmeridianen och
 y-axeln vinkelrät mot dessa så att ett s k höger-
 handssystem bildas
 WGS 84 är ett exempel på ett geodetiskt datum
 som använder ett geocentriskt kartesiskt
 koordinatsystem
 E geocentric cartesian coordinate system

heltalslösning, fixlösning
 resultat från utjämnning av data (dubbeldifferenser)
 från fastmätning på bärvågen, där antalet våglängder
 (periodobekanta) har fixerats till heltal
 jfr flyttalslösning
 E fix solution

icke-trivial baslinje
 Se under baslinje
 E non-trivial baseline

plana koordinater

koordinater i ett tvådimensionellt ortogonalt
normerat koordinatsystem

Koordinatsystemet är vanligtvis baserat på en
kartprojektion

E grid coordinates

Precise Ephemeris, se under efterberäknade bandata

predikterade bandata (för Navstar GPS)

bandata som predikteras ur registreringar på spår-
stationer

jfr efterberäknade bandata

De bandata som sänds ut via GPS-satelliterna,
Broadcast Ephemeris, är predikterade bandata

E predicted ephemeris

pseudokinematisk mätning

specialfall av statisk positionsbestämning vid
vilket varje baslinje observeras under ett antal
korta intervall med långa uppehåll emellan

Man utför mätning under 5--10 minuter på en
station vid två eller flera tillfällena med
minst 1 timme mellan mättillfällena

E pseudo-kinematic GPS

RINEX

mottagaroberoende överföringsformat för GPS-data

RINEX är utvecklat vid universitetet i Bern
inför EUREF 89, sedermera accepterat även av
andra organisationer (bl a National Geodetic
Survey och Geodetic Survey of Canada) och
fungerar nu i praktiken som en standard.

RINEX är en förkortning av Receiver
INdependent EXchange format

E RINEX

SA

försämring av positionsnoggrannheten i för använ-
dare som endast har tillgång till SPS-tjänsten.

SA är en förkortning för "Selective Availability"

E SA, Selective Availability

satellitkonfiguration

tillståndet hos satellitkonstellationen vid en
specifik tid, relativt en specifik användare eller
par av användare

E satellite configuration

sideriskt dygn, se stjärndygn

session se beräkningssession och observations-
session

signalavbrott, se periodbortfall

standardatmosfär, referensatmosfär

hypotetisk, vertikal fördelning av jordatmosfärens temperatur, tryck, densitet och sammansättning, vilken genom internationell överenskommelse används som representativ för jordatmosfären i olika tekniska och vetenskapliga sammanhang

E standard atmosphere

statisk positionsbestämning

positionsbestämning med stillastående mottagare
I GPS-sammanhang underförstås statisk relativ positionsbestämning genom fasmätning, där mottagarna står stilla på stationerna under en längre tid

E static positioning

trippeldifferens

differens mellan dubbeldifferenser vid två epoker
jfr dubbeldifferens, fasdifferens mellan epoker
Trippeldifferenser eliminerar det obekanta antalet våglängder och kan därför användas för sökning av avbrott i signalsekvensen

E triple difference

trivial basline

Se under baslinje

E trivial baseline

troposfär

atmosfärens lägsta del (upp till ca 10-12 km höjd), karakteriserad av att temperaturen som regel avtar med ökande höjd

E troposphere

WGS 84, World Geodetic System 1984

geodetiskt datum med origo mycket nära jordens tyngdpunkt och ellipsoidparametrarna

$a = 6\,378\,137$ m och $1/f = 298,257\,223\,563$

jfr geocentriskt kartesiskt koordinatsystem

För praktiskt bruk sammanfaller parametrarna med Geodetic Reference System 1980.

WGS 84 har tagits fram i USA av Defence Mapping Agency (DMA). Det har ersatt WGS 72

E WGS 84

överräkning

koordinattransformation där sambandet mellan systemen är matematiskt definierat snarare än empiriskt fastställt

Exempel på överräkning är kartprojektion samt transformation mellan polära och kartesiska koordinater

E