



Lantmäteriet

Lantmäteriverket - National Land Survey
S - 801 12 GÄVLE · SWEDEN

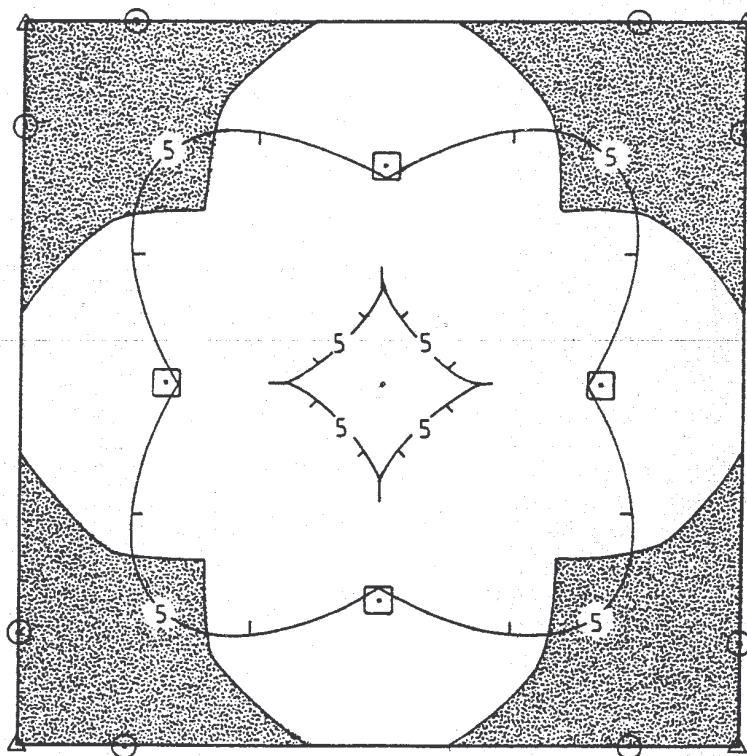
Tekniska skrifter - Professional Papers

LMV-RAPPORT 1987:9

ISSN 0280-5731

PRECISION OCH TILLFÖRLITLIGHET VID FRI UPPSTÄLLNING - EN SIMULERINGSSTUDIE

Examensarbete av Runar Svensson, KTH



Gävle 1987

Förteckning över utgivna LMV-rapporter 1987

Rapport	Titel	Upphovsman
1987:1	Utvärdering av regional produktion av ekonomisk karta	Ulf Andersson
1987:2	Intrång i fyndigheter och täkter	Leif Norell
1987:3	Översyn av LMVs lokaler	Bertil Ragne Lennart Karlström
1987:4	Kartproduktion i Karlskrona	Gunnar Sundstrand
1987:5	Geografiska Sverigedata	H-F Wennström
1987:6	Längdmätning mot plastreflektorer, tillämpad vid upprättande och utnyttjande av mindre primärnät	Anders Nordquist Anders Olsson
1987:7	Kartplan 1987	H-F Wennström
1987:8	A Programme for National Geographic Data Bases in Sweden	Lars Ottoson

Titel

PRECISION OCH TILLFÖRLITLIGHET VID FRI UPPSTÄLLNING
- EN SIMULERINGSSTUDIE

av Runar Svensson

Huvudinnehåll

Detta examensarbete omfattar simuleringsstudier i dator av olika mätkonfigurationer vid fri uppställning. Utifrån teorier utarbetade av Pope/Baarda, har genom simuleringar med programsystemet SUKK, noggrannheten i punktbestämningen i plan analyserats. De noggrannhetsaspekter som berörts är tillförlitlighet (kontrollerbarhet) samt precision i punktbestämningen. Redovisningen av resultaten är grafisk.

Undertecknade har fungerat som handledare för arbetet.

Torbjörn Cederholm
Geodetiska Institutionen
KTH, StockholmClas-Göran Persson
Utvecklingsrådet för
landskapsinformation
(tidigare LMV, Gävle)

LDOK

Kg Mätningsteknik

Beställs hos

 Lantmäteriverket
Blankettförrådet
801 12 GÄVLE Liber Förlag

FÖRORD

Denna rapport utgör en del av författarens examensarbete. Handledare för examensarbetet har varit: Clas-Göran Persson, Utvecklingsrådet för landskapsinformation (tidigare LMV) och Torbjörn Cederholm, KTH. Till dem vill jag framföra ett varmt tack för hjälpen. Vidare tackar jag Thomas Lithén, LMV, för korrekturläsning av manuskriptet, Lars E Engberg, KTH, för assistans vid frågor rörande programsystemet SUKK samt Torbjörn Svensson, LMV, för rithjälp vid den grafiska redovisningen av resultaten.

Runar Svensson

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

1	SAMMANFATTNING	sid. 1
2	INLEDNING	2
3	STUDERADE FALL	4
	3.1 Utefter gata, tre väggpunkter inom räckhåll	4
	3.1.1 Mätt längd och riktning mot två objekt	4
	3.1.2 Mätt längd och riktning mot tre objekt	4
	3.2 Mot kvartershörn, fyra väggpunkter inom räckhåll	4
	3.2.1 Mätt längd och riktning mot två objekt	4
	3.2.2 Mätt längd och riktning mot tre objekt	4
	3.2.3 Mätt riktning mot fyra objekt	4
	3.2.4 Mätt längd och riktning mot fyra objekt	4
4	UTVÄRDERING	11
5	VIKTSÄTTNING	12
6	LITTERATURFÖRTECKNING	14
	APPENDIX. TEORETISKA GRUNDER	15

1 SAMMANFATTNING

I denna rapport redovisas precisionen och tillförlitligheten i bestämningen av plana koordinater vid fri instrumentuppställning. Olika mätgeometrier har analyserats med hjälp av simuleringsteknik.

Studien avser främst två tillämpningar: bestämning från stompunkter (t ex väggpunkter) utefter en gata och bestämning där utgångspunkterna är placerade runt om instrumentuppställningen, som exempelvis vid byggmätning. Vidare har endast konfigurationer med korta siktlängder, upp till 200 meter, ingått i analysen.

För att i möjligaste mån efterlikna "verkligheten" har studien inte inskränkt sig till effekterna av de rena mätfelen; även centreringsfel och fel i utgångspunkternas koordinater har beaktats.

Precisionen beskrivs i termer av punktmedelfel, medan tillförlitligheten uttrycker i vad mån icke upptäckta grova fel påverkar punktbestämningen, dvs den sk yttre tillförlitligheten.

Allmänt visar studien att precisionen i regel inte är något problem; med "vettig" konfiguration och utnyttjande av moderna mätinstrument blir punktmedelfelen alltid tillräckligt små. Däremot krävs flera överbestämningar för kontrollen av grova fel, dvs flera än vad som vanligen tillämpas idag.

Rapporten är tänkt att användas vid Lantmäteriets utbildning och informationsverksamhet inom modern mätningsteknik. Studierna har utförts med KTH-Geodesis simuleringprogram SUKK.

2 INLEDNING

Som en följd av den tekniska utvecklingen av fältdatorer och mätinstrument (totalstationer) har även mätförfarandet rationaliserats inom samhällsmätningen. Ett exempel på detta är användandet av fri instrumentuppställning. Denna mätmetod har länge praktiserats av byggföretagen och innebär bestämning av stationspunktens läge direkt i samband med inmätning/utsättning. Punktbestämningen förutsätts i regel kunna ske med en godtycklig kombination av längd- respektive riktningsmätningar.

Fördelarna med metoden är att den ger relativt hög noggrannhet samtidigt som den är arbetsbesparande. Detta tack vare att mätoperationen kan anpassas till rådande förhållanden istället för att vara bunden till ett fast punktläge och en viss beräkningsmetod.

Metoden har till stor del praktiserats vid enklare typer av mätningar, som t ex plankontroller och detaljmätning. I samband med införandet av väggpunktsnät, undersöker man nu användandet av metoden även i samband med stommätning. En kritisk faktor vid fri uppställning är dock det ringa antalet överbestämningar. Alltså bör noggrann analys av mätgeometri och antal nödvändiga observationer utföras. Idag finns programsystem för sådana analyser utvecklade, som bygger på sträng minsta-kvadrat utjämning och innefattar statistisk analys av mätdata och mätgeometri.

Inom ramen för detta examensarbete har genomförts analys av precision och tillförlitlighet i olika mätkonfigurationer vid fri uppställning, med hjälp av ett programsystem av just denna typ. Analyserna har genomförts genom simuleringar med programsystemet SUKK (Persson, 1985), vilket är utarbetat på KTH, Stockholm, men som efter vidareutveckling även används vid LMV i Gävle.

Punktmedelfel och tillförlitlighet har beräknats vid varierande mätprogram i punkter som bildar ett rutnät med ca 5-10 m rutstorlek.

Teorin bakom den statistiska analysen har utarbetats av Baarda/Pope. För en översiktlig redogörelse av denna, hänvisas till Appendix. Möjlighet till grundligare studier finns i Baarda (1968), Pope (1976) och Persson (1982).

Precisionen representeras med punktmedelfel och tillförlitligheten - eller kontrollerbarheten - redovisas som en multipel av detta. Det senare begreppet motsvarar det maximala felet i punktbestämningen som ett icke upptäckt grovt fel i en viss mätning kan ge upphov till. Kontrollerbarheten betraktas som god om denna påverkan underskrider en faktor 4 gånger punktmedelfelet.

Redovisningen är grafisk och utgörs av isolinjer som sammanbinder punkter i gittret med lika stora medelfel, samt innesluter områden med viss grad av yttre tillförlitlighet. I detta arbete har ett programsystem för konstruktion av isolinjer varit till stor hjälp. Detta system är konstruerat och använt i undervisningen vid institutionen för Fotogrammetri, KTH, Stockholm.

3 STUDERADE FALL

I simuleringsstudierna har två huvudkonfigurationer analyserats, dels inmätning mot väggpunkter utefter gata och dels mot väggpunkter i kvartershörn (fyra st). De obekanta i varje punktbestämning är x- ,y-koordinater samt orienterad utgångsriktning. Således har vi tre obekanta per punkt. De olika konfigurationer som undersökts är följande:

3.1 UTEFTER GATA, TRE VÄGGPUNKTER INOM RÄCKHÅLL

3.1.1 Mätt längd och riktning mot två objekt

Här har vi fyra mätningar och tre obekanta i punktbestämningen. Antalet överbestämningar är alltså en. (Figur 3.1.1.)

3.1.2 Mätt längd och riktning mot tre objekt

Antalet mätningar är här sex, vilket ger oss tre överbestämningar per punktbestämning, eller en överbestämning per obekant. (Figur 3.1.2.)

3.2 MOT KVARTERSHÖRN, FYRA VÄGGPUNKTER INOM RÄCKHÅLL

3.2.1 Mätt längd och riktning mot två objekt

Här gäller samma resonemang som i fall 3.1.1, således har vi en överbestämning i punktbestämningen. (Figur 3.2.1.)

3.2.2 Mätt längd och riktning mot tre objekt

Här gäller samma resonemang som i fall 3.1.2, dvs tre överbestämningar. Geometrin i de två fallen är dock olika. (Figur 3.2.2.)

3.2.3 Mätt riktning mot fyra objekt

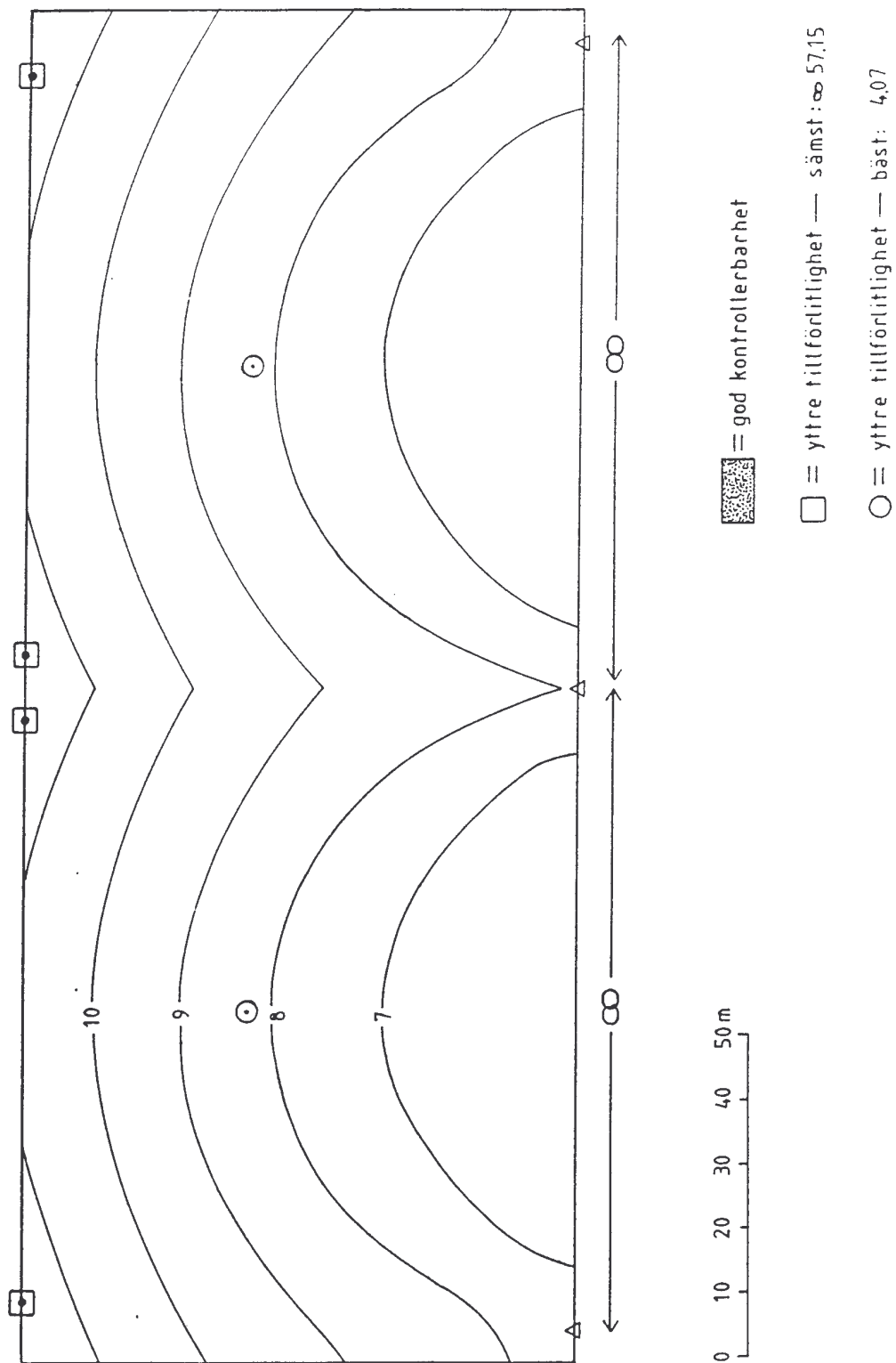
Denna konfiguration brukar kallas överbestämd inskränning. Här gäller samma resonemang som i fallen 3.1.1 och 3.2.1. Vi har alltså en överbestämning, men mätkonfigurationen avviker väsentligt från de förra fallens. (Figur 3.2.3.)

3.2.4 Mätt längd och riktning mot fyra objekt

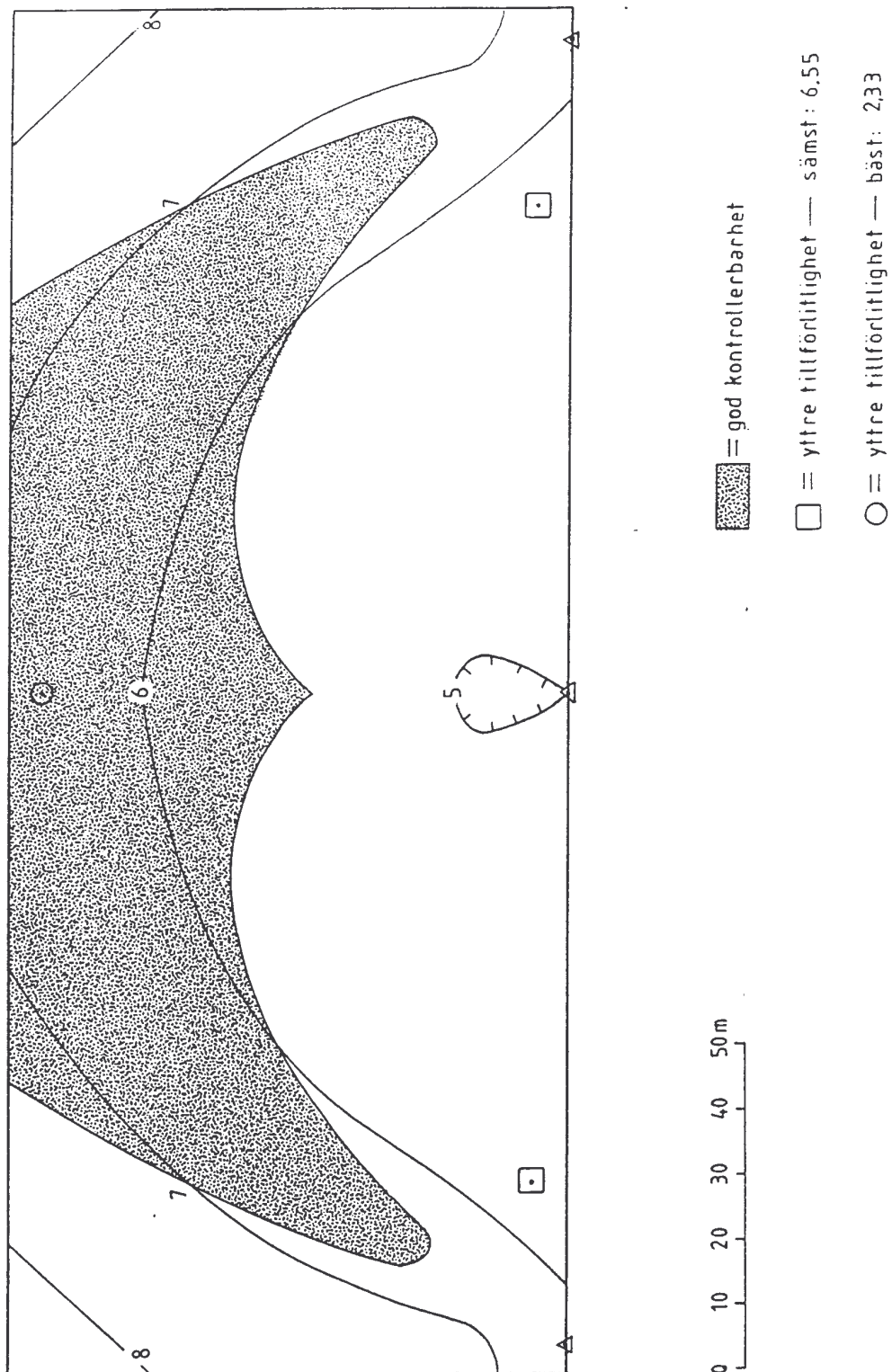
Antalet mätningar är här åtta. Alltså har vi i detta fall fem överbestämningar per punktbestämning. (Figur 3.2.4.)

En grafisk redovisning av resultaten i de studerade fallen följer nedan. I de fall då man inte utnyttjar samtliga kända punkter sker mätningen mot de som ligger närmast uppställningsplatsen. De kända punkterna representeras med trianglar och sorten för punktmedelfelen är millimeter.

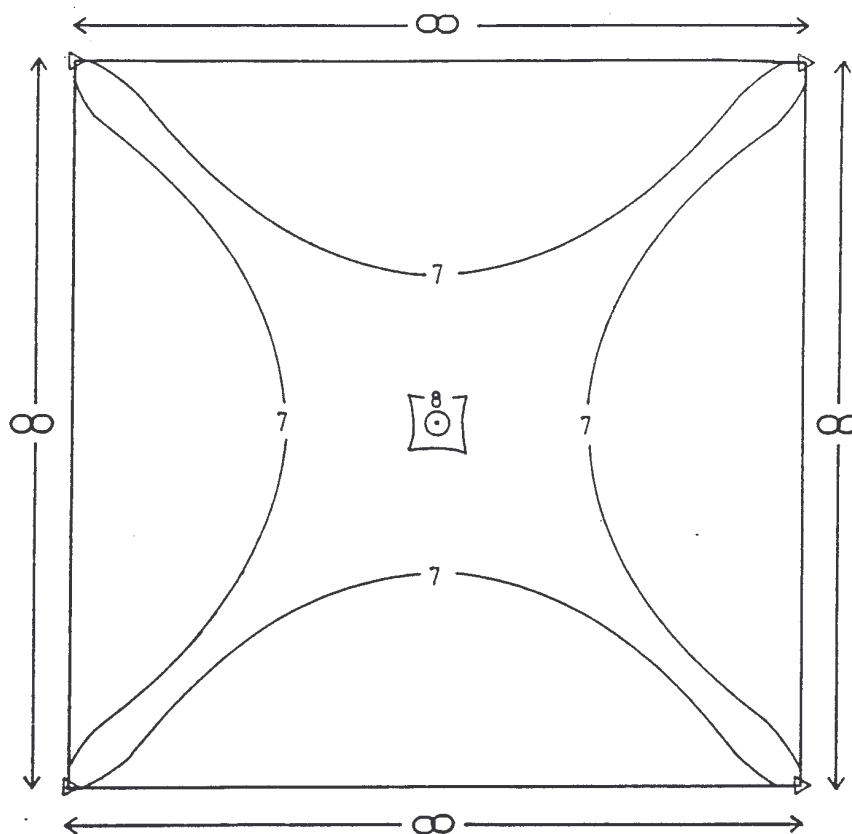
Figur 3.1.1 MÄTT LÄNGD OCH RIKTNING MOT TVÅ OBJEKT
- UTEFTER GATA.



Figur 3.1.2 MÄTT LÄNGD OCH RIKTNING MOT TRE OBJEKT
- UTEFTER GATA.



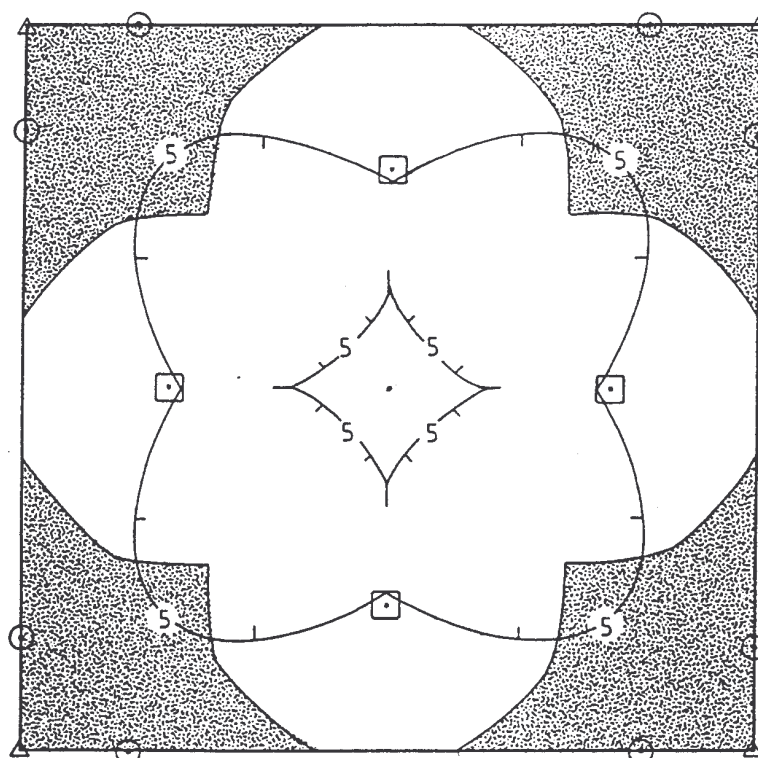
Figur 3.2.1 MÄTT LÄNGD OCH RIKTNING MOT TVÅ OBJEKT - MOT KVARTERSHÖRN.



□ = yttre tillförlitlighet — sämst: ∞

○ = yttre tillförlitlighet — bäst: 4,07

Figur 3.2.2 MÄTT LÄNGD OCH RIKTNING MOT TRE OBJEKT - MOT KVARTERSHÖRN.



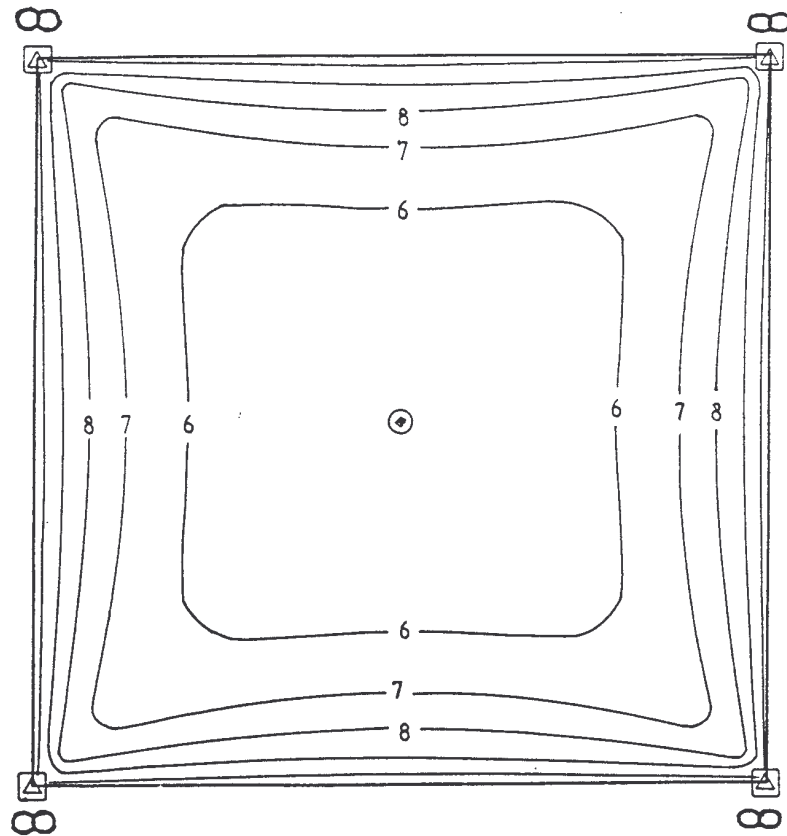
0 10 20 30 40 50 m

 = god kontrollbarhet

 = yttre tillförlitlighet — sämst: 5,57

 = yttre tillförlitlighet — bäst: 3,02

Figur 3.2.3 MÄTT RIKTNING MOT FYRA OBJEKT (ÖVERBESTÄMD INSKÄRNING) - MOT KVARTERSHÖRN.

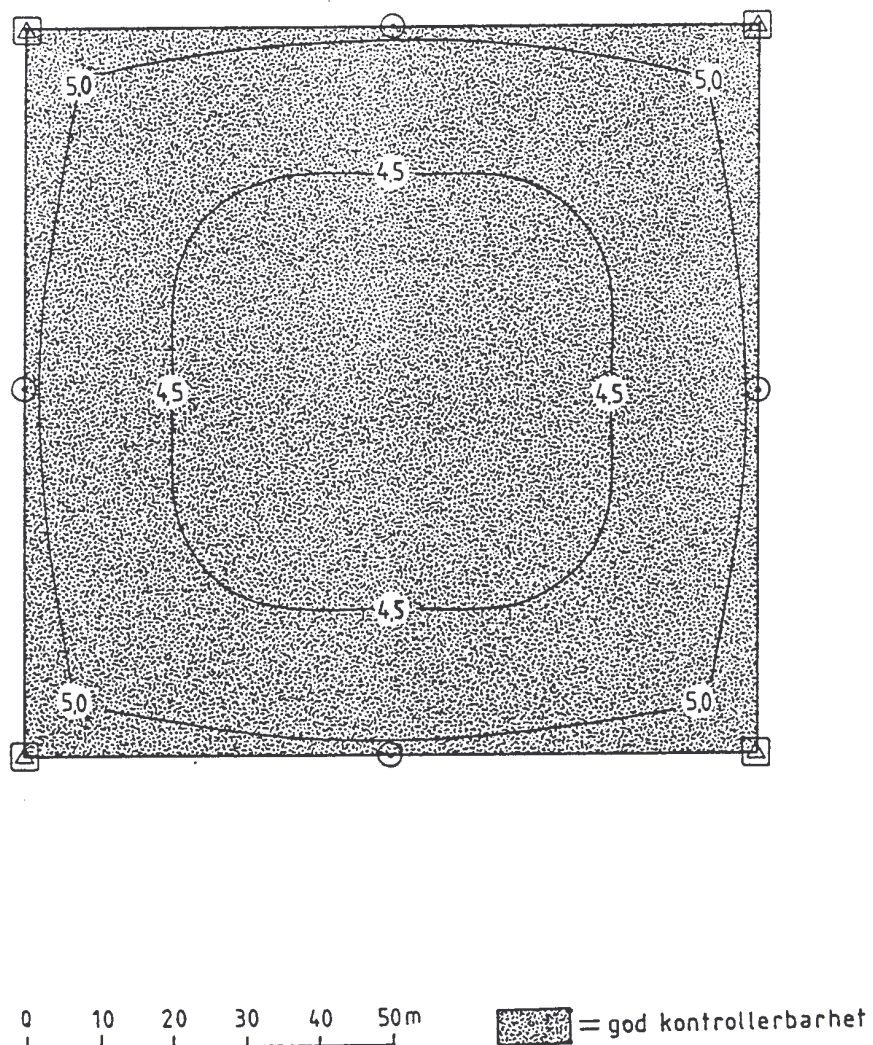


 = god kontrollerbarhet

 = yttre tillförlitlighet — sämst: 

 = yttre tillförlitlighet — bäst: 3,96

Figur 3.2.4 MÄTT LÄNGD OCH RIKTNING MOT FYRA OBJEKT - MOT KVARTERSHÖRN.



☐ = yttre tillförlitlighet — sämst: 3,96

○ = yttre tillförlitlighet — bäst: 2,40

4 UTVÄRDERING

Vad säger då denna undersökning om hur mätplanen bör utformas?

Ja, man kan sluta sig till att precisionen i regel inte vållar några bekymmer. Med "vettig" konfiguration och utnyttjande av moderna mätinstrument blir punktmedelfelen alltid tillräckligt små. Det är alltså tillförlitligheten - eller antalet överbestämningar för kontrollen av grova fel - som är den kritiska faktorn i punktbestämningen.

Om vi analyserar de tre konfigurationerna med fyra observationer (3.1.1, 3.2.1 och 3.2.3), dvs mätt längd och riktning mot två objekt utefter gata respektive mot kvartershörn samt överbestämd inskärning, ser vi att ingen av dessa konfigurationer ger acceptabel kontroll av punktbestämningen. Vi har dock en överbestämning.

I fall 3.1.2, där vi har mätt längd och riktning mot tre objekt utefter gata (tre överbestämningar), ser vi att man får bra kontroll så länge man håller sig på behörigt avstånd från baslinjen. Detta under förutsättning att det rör sig om interpolering, dvs mätning inom den bas som de kända punkterna utgör. Vid motsvarande fall med mätning mot kvartershörn (3.2.2) är kontrollen god i hörnens närhet. Också utanför områdena med god kontrollerbarhet är kontrollmöjligheterna bättre än i de tre fallen med en överbestämning, även om situationen inte är helt tillfredsställande.

Den sista konfiguration som undersökts (3.2.4) är mätt längd och riktning mot fyra kvartershörn, dvs fem överbestämningar. Denna konfiguration är viktig att jämföra med motsvarande vid överbestämd inskärning (3.2.3). Detta av den anledningen att man, speciellt vid byggplatsmätningar, för närvarande ofta praktiserar den sistnämnda metoden för bestämning av stationspunkts läge. Det intressanta är att se hur konfigurationen förbättras om man har tillgång till signaler som man även kan mäta längder mot. Möjligheterna till detta undersöks i ett examensarbete av Nordquist & Olsson (1987).

Här kan man sluta sig till dramatiska förbättringar i såväl precision som tillförlitlighet. Vid överbestämd inskärning har man god kontroll av punktbestämningen endast i ett litet område mitt i kvarteret, medan man i den senare konfigurationen (3.2.4) får absolut kontroll inom hela området. Vidare erhålls en kraftig sänkning av punktmedelfelen. Dessa förbättringar kan åstadkommas utan någon nämnvärd tidsförlust i mätningens arbetet, eftersom dagens totalstationer ändå mäter både längder och vinklar i stort sett i samma ögonblick.

Kontentan av denna undersökning är att man tydligen kan skriva under på devisen: "En överbestämning är ingen överbestämning!".

5 VIKTSÄTTNING

En nödvändighet för att resultatet av en utjämnung ska vara optimalt är att viktsättningen av de enskilda mätningarna utförts på ett riktigt sätt. En bruklig metod är att vikten sätts omvänt proportionell mot kvadraten på ett erfarenhetsmässigt uppskattat apriorimedelfel. Detta för varje typ av mätning som ingår i materialet.

$$P_i = \frac{1}{\sigma_{apr}^2}$$

Efter utjämnung ska grundmedelfelet vara nära 1. Detta är en kontroll på att viktsättningen är riktigt gjord, under förutsättning att inga grova fel finns kvar i mätdata. Inom programsystemet SUKK fungerar viktsättningen så att parametrar till viktsfunktioner (eg. medelfelsfunktioner) ges som indata. Dessa viktsfunktioners utseende varierar för olika typer av mätningar.

I detta fall har två sådana funktioner tillämpats, dels vid längdmätningar:

$$\sigma_L^2 = (A+B*L)^2 + C^2$$

dels vid riktningsmätningar:

$$\sigma_R^2 = A^2/B + (C/L)^2 * \rho^2$$

där

L= avstånd, beräknat ur närmekoordinater

$$\rho = (2/\pi) * 10^6 \text{ cc/rad}$$

Betydelseerna av och enheterna hos parametrarna framgår i tabellen nedan:

parameter	längder	riktningar
A	mm	cc (nysekund)
B	ppm (miljondel)	n (antal helsatser)
C	mm	mm

För EDM-mätta längder har parameter A (medelfelet) satts till 5 mm. Parameter B, ppm-delen, är där ointressant eftersom längderna är relativt korta (under 200 m). Denna parameter har följaktligen satts till 0 ppm.

I riktningsmätningarna har antagits ett medelfel på 15 cc, vid mätning i en helsats. Dessutom tillkommer vid båda typerna av mätningar centreringsfel samt fel i utgångspunkter. Den sammanlagda effekten av motsvarande medelfel har uppskattats till 5 mm och lagts i parametern C.

Det ger följande parametrar till viktsfunktionerna:

parameter	längder	riktningar
A	5 mm	15 cc
B	0 ppm	1 helsats
C	5 mm	5 mm

6 LITTERATURFÖRTECKNING

- ADOLFSSON, B. (1980) Planering och beräkning av geodetiska stomnät i plan. Datasektionen 1980-03, TD 126. Statens Vägverk, Borlänge.
- BAARDA, W. (1968) A testing procedure for use in geodetic networks. Netherlands Geodetic Commission, Vol. 5, No 1.
- BJERHAMMAR, A. (1973) Theory of errors and generalized matrix inverses. Elsevier, Amsterdam.
- GUSTAFSSON, A. (1986) Vägghmarkerat stomnät i Alingsås. LMV-rapport (1986:19). Gävle.
- JOHANSSON, K-G.
- LITHÉN, T. (1986) En ny metod för beräkning och kontroll av fri instrumentuppställning. Svensk Lantmäteri-tidskrift (1986:3) och LMV-rapport (1986:15). Gävle.
- NORDQUIST, A. (1987) Längdmätning mot plastreflektorer, tillämpad vid upp- rättande och utnyttjande av mindre primärnät. LMV-rapport (1987:6). Gävle.
- OLSSON, A.
- OLOFSSON, T. (1983) Kontroll av grova fel vid fri uppställning. Särtryck ur Svensk Lantmäteri- tidskrift (1983:5).
- PERSSON, C-G.
- PERSSON, C-G. (1982) Utjämning, analys och optimering av triangelnät. Föredrag vid 9:e nordiska geodetmötet i Gävle 1982-09-13--17.
- PERSSON, C-G. (1985) SUKK - ett programsystem för grafisk presentation av precision och tillförlitlig- het i geodetiska nät. Svensk Lantmäteri-tidskrift (1985:6).
- POPE, A.J. (1976) The statistics of residuals and the detection of outliers. NOAA Technical Report NOS 65, NGS 1. Rockville.

APPENDIX. TEORETISKA GRUNDER

Den linjära modell som praktiseras vid elementutjämnning kan beskrivas med hjälp av matrisalgebra. Man ansätter en serie observationsekvationer på formen:

$$(1) \quad AX=L-\xi$$

där

A = den så kallade koefficientmatrisen

X = de obekanta storheterna

L = de utförda mätningarna (observationerna)

ξ = de sanna stokastiska mätfelen.

Detta innebär att de obekanta storheterna är en funktion av de utförda observationerna.

Efter utjämnning av ett överbestämt system fås:

$$(2) \quad \bar{X}=(A^T P A)^{-1} A^T P L$$

där \bar{X} representerar skattningar av de obekanta storheterna och P motsvarar vikten för varje typ av observation.

Vidare, efter utjämnning:

$$A\bar{X}=L+V$$

eller

$$(3) \quad V=A\bar{X}-L$$

Om (2) sätts in i (3) får man:

$$(4) \quad V=A(A^T P A)^{-1} A^T P L-L=-(I-A^\circ)L$$

där V representerar skattade förbättringar till mätningarna. Av (1) fås $L=AX+\xi$, vilket sätts in i (4):

$$V=-(I-A^\circ)(AX+\xi)$$

som efter utveckling ger

$$(5) \quad V=-(I-A^\circ)\xi \quad \text{eller} \quad V_i=-(I-A^\circ)_{ii}\xi_i$$

Således är förbättringarna en funktion av de sanna mätfelen. Förbättringarnas kovariansmatris fås vidare ur väntevärdet av VV^T . Detta uttrycks som $E\{VV^T\}$; alltså:

$$(6) \quad Q_{VV}=E\{VV^T\}=E\{(I-A^\circ)\xi\xi^T(I-A^\circ)^T\}= \\ = (I-A^\circ)E\{\xi\xi^T\}(I-A^\circ)^T$$

där

$$E\{\xi\xi^T\} = Q_{\xi\xi} = \text{mätfelens kovariansmatrix}$$

Vidare har vi

$$(7) \quad Q_{\xi\xi} = E\{\xi\xi^T\} = \sigma_o^2 P^{-1}$$

där

$$\sigma_o^2 = \text{det så kallade grundmedelfelet}$$

Om man förutsätter att man uppskattat mätningarnas apriorimedelfel på ett riktigt sätt, vilket för övrigt är nödvändigt vid denna typ av simulering, kan man sätta:

$$\sigma_o^2 = 1$$

I detta fall ger alltså (6) och (7):

$$Q_{VV} = (I - A^o)P^{-1}(I - A^o)^T$$

som efter en del utvecklande ger:

$$(8) \quad Q_{VV} = (I - A^o)P^{-1}$$

Vi får således medelfelet i en enskild förbättring till:

$$(9) \quad \sigma_{Vi} = \sqrt{\frac{(I - A^o)_{ii}}{P_{ii}}}$$

Vidare är väntevärdet av förbättringen lika med 0. Om vi således antar att felen är normalfördelade gäller alltså:

$$V_i: N(0, \sigma_{Vi})$$

Detta ger oss möjlighet att söka grova fel med hjälp av:

$$V_i = 0 \pm 1.96 \sigma_{Vi} \quad (95\% \text{ konfidensnivå})$$

eller

$$|V_i| \leq 1.96 \sigma_{Vi}$$

Alltså kontrolleras om kvoten:

$$(10) \quad T_i = \frac{|V_i|}{\sigma_{Vi}} = \frac{|V_i| \sqrt{P_{ii}}}{\sqrt{(I - A^o)_{ii}}} > 1.96$$

Om så är fallet antas den mätning som ger den största kvoten vara behäftad med ett grovt fel.

INRE OCH YTTRE TILLFÖRLITLIGHET

Med hjälp av formlerna (5) och (10) kan inre tillförlitligheten, dvs minsta upptäckbara fel i mätningarna, skattas.

För att ett fel ska kunna upptäckas, krävs att (se (10)):

$$T_i = \frac{|V_i| \sqrt{P_{ii}}}{\sqrt{(I-A^\circ)_{ii}}} > 1.96$$

eller, med (5) insatt:

$$T_i = \frac{(I-A^\circ)_{ii} |\xi_i| \sqrt{P_{ii}}}{\sqrt{(I-A^\circ)_{ii}}} = |\xi_i| \sqrt{(I-A^\circ)_{ii} P_{ii}} > 1.96$$

Således bör minsta upptäckbara fel kunna skattas med:

$$(11) \quad |\bar{\xi}_i| = \frac{a}{\sqrt{(I-A^\circ)_{ii} P_{ii}}}$$

Här har en ny konstant a införts, detta på grund av att kvoten (10) är en stokastisk storhet. Vi tillför därför en ny sannolikhetsaspekt för att kunna bestämma gränsvärdet för minsta upptäckbara fel. Detta gränsvärde bestäms så att det med en viss sannolikhet genererar ett T -värde som är större än 1.96. Konstanten a brukar sättas till 2.8, vilket medför 80% chans att felet upptäcks.

Nu är det emellertid inte felens storlek, utan i större grad deras påverkan på utjämningsresultatet (punktbestämningen), som är av intresse. Ett fels påverkan kan beräknas exakt om man har kunskap om dess storlek. Genom att använda skattningen (11) kan påverkan från det största ej upptäckbara felet i en mätning beräknas approximativt. Detta är ett mått på utjämningsresultatets yttre tillförlitlighet. Denna påverkan redovisas i multiplar av punktmedelfelet.

För stommätningens ändamål har en faktor ≤ 4 visat sig vara lämplig, vilket innebär att det då är ytterst osannolikt att icke upptäckta grova fel kan ge en påverkan på punktläget som är större än fyra gånger punktmedelfelet. Då betraktas kontrollerbarheten som god. Om faktorn däremot är större än fyra är möjligheterna till kontroll små. Samma norm har tillämpats i denna rapport.

Punktmedelfelen i sin tur är ett mått på precisionen i konfigurationen. Detta beräknas på följande sätt:

Enligt (2) är

$$\bar{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P L$$

och enligt (1)

$$L=AX+\mathcal{E}$$

Med (1) och (2) kan kovariansmatrisen för de obekanta fås ur:

$$Q_{XX}=E\{\overline{XX}^T\}=(A^T P A)^{-1} A^T P E\{LL^T\} P^T A (A^T P A)^{-1}$$

där

$$E\{LL^T\}=E\{\mathcal{E}\mathcal{E}^T\}=\sigma_{\mathcal{E}}^2 P^{-1}$$

Således :

$$(12) \quad Q_{XX}=(A^T P A)^{-1} A^T P \sigma_{\mathcal{E}}^2 P^{-1} P^T A (A^T P A)^{-1} = (A^T P A)^{-1} \sigma_{\mathcal{E}}^2$$

I detta fall kan, som tidigare nämnts, grundmedelfelet sättas till 1. Alltså kan punktmedelfelet i en viss punkt direkt beräknas ur: $(A^T P A)^{-1}_{ii}$